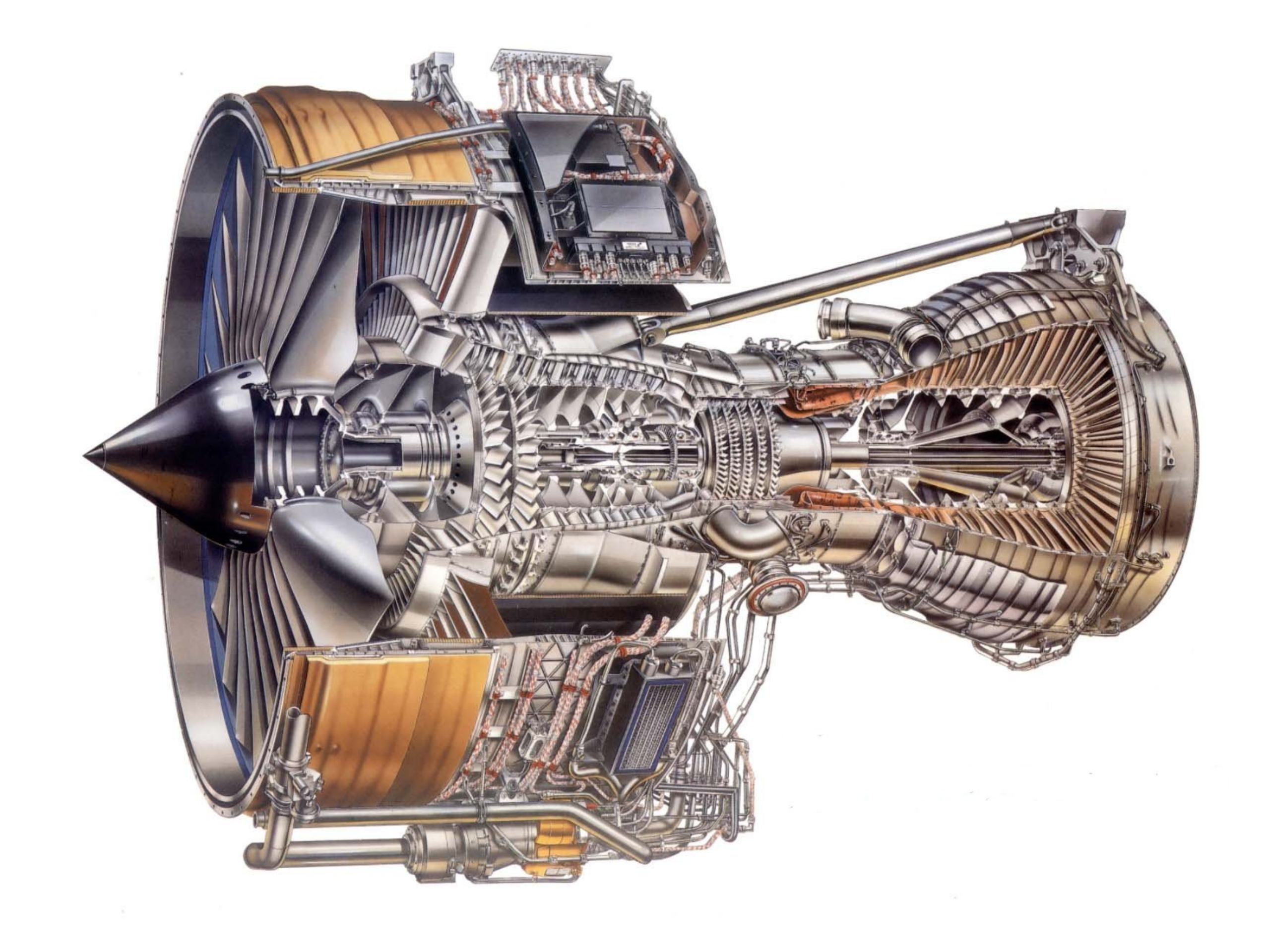


Machines Mécaniques et Turbomachines

Cours de S8



Olivier PANTALE

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes
- Année universitaire 2007/2008 -

Table des matières

- Chapitre 1 -

Généralités sur les turbomachines

1.1 Introduction

D'une manière générale, les turbomachines peuvent être définies comme des appareils permettant un échange d'énergie entre un fluide et un dispositif mécanique. L'énergie motrice du système pouvant être aussi bien fournie par le fluide que par le dispositif mécanique, le nombre de turbomachines que nous pouvons rencontrer dans notre quotidien s'en trouve fortement accru. Ainsi, la famille des turbomachines est composée par les ventilateurs, turbines, compresseurs, éoliennes, pompes...

En 1948, Paul Bergeron présentait l'édition princeps de l'article intitulé 'Pompes Centrifuges' dans les termes suivants : "Les pompes sont, après les moteurs électriques, les machines les plus banalement utilisées aussi bien sur le plan industriel que dans le domaine domestique. Dans la plupart des cas, aussi bien sur le plan industriel que dans le domaine domestique, il s'agit de pompes de construction courante pour lesquelles l'utilisateur peut trouver les renseignements et les indications concernant ce matériel dans les catalogues constructeurs" (Techniques de l'ingénieur, traité de Mécanique et Chaleur).

Cette constatation apparaissant d'actualité pour l'ensemble des Turbomachines, le présent cours doit permettre à l'élève ingénieur d'acquérir une connaissance générale du fonctionnement des machines mécaniques et des turbomachines pour le guider dans ses choix futurs liés à son activité professionnelle.

1.2 Présentation des turbomachines

1.2.1 Machines motrices et machines génératrices

La différentiation entre ces deux types de machines est simplement liée au sens du transfert d'énergie entre le fluide et le dispositif mécanique comme indiqué sur la figure 1.1.

Machine motrice : Le fluide transmet de l'énergie sur l'arbre de transmission du dispositif mécanique. C'est le cas courant des moteurs hydrauliques, turbines, éoliennes...

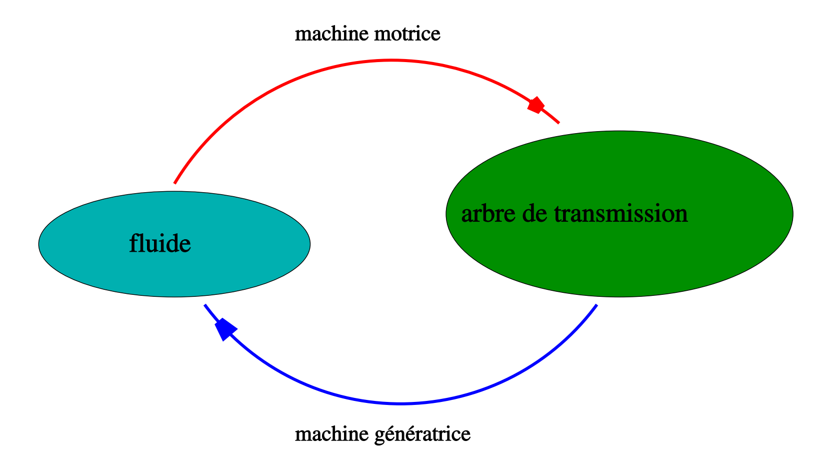


Photo 1.1 – Définition du transfert d'énergie

Machine génératrice : L'arbre de transmission fournit de l'énergie au fluide et permet son écoulement à travers la machine. C'est le cas des ventilateurs, compresseurs, et pompes.

1.2.2 Machine à fluide compressible et incompressible

Suivant la modélisation adoptée pour le fluide mis en jeu dans la transformation, on distinguera 2 nouvelles classes de machines :

Machine à fluide incompressible : Le fluide utilisé sera un liquide (muni de l'hypothèse d'incompressibilité) ou bien un gaz se déplaçant à très faible vitesse.

Machine à fluide compressible : Le fluide utilisé dans la transformation est un gaz.

On obtient ainsi 4 types de machines, donc 4 familles de Turbomachines :

- Turbomachine Motrice à Fluide Incompressible (TMFI)
- Turbomachine Motrice à Fluide Compressible (TMFC)
- Turbomachine Génératrice à Fluide Incompressible (TGFI)
- Turbomachine Génératrice à Fluide Compressible (TGFC)

Ces 4 familles de Turbomachines feront l'objet des prochains chapitres.

1.2.3 Machines à Capsulismes et Turbomachines

1.2.3.1 Système fermés/systèmes ouverts

En fonctionnement, le transfert d'énergie entre le fluide et le dispositif mécanique est traduit par un échange de travail mécanique (W_e) auquel peut s'ajouter selon les cas un échange de chaleur (Q_e). On isole alors le fluide par une surface Σ (appelée couramment surface de contrôle en thermodynamique) à travers laquelle des échanges d'énergie et éventuellement de matière peuvent s'effectuer.

Suite à cette définition, on appellera système fermé, un système pour lequel il n'y a pas de transfert de matière à travers la surface de contrôle Σ au cours de la transformation énergétique. Dans le cas contraire, le système sera qualifié de système ouvert.

1.2.3.2 Définitions

Machine à capsulismes On appelle machine à capsulismes tout système fermé fonctionnant de manière périodique dans lequel des masses successives de fluide sont introduites,

contraintes à évoluer puis refoulées. Le capsulisme le plus répandu actuellement est le moteur à explosion (voir figures 1.2 et 1.3).

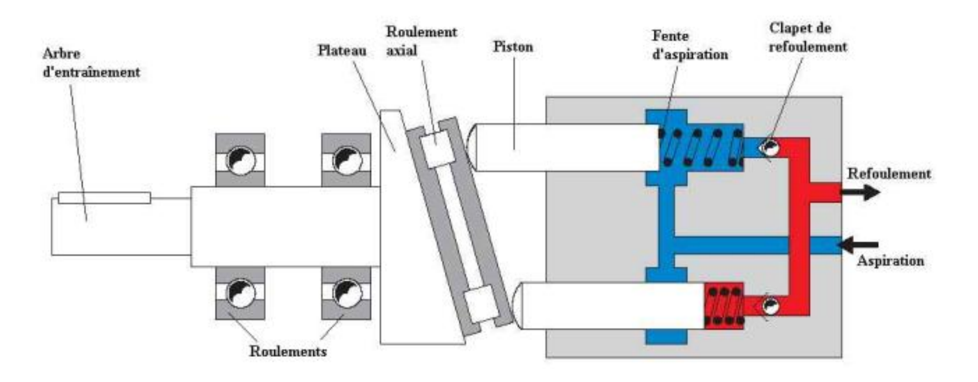


Photo 1.2 – Pompe à piston

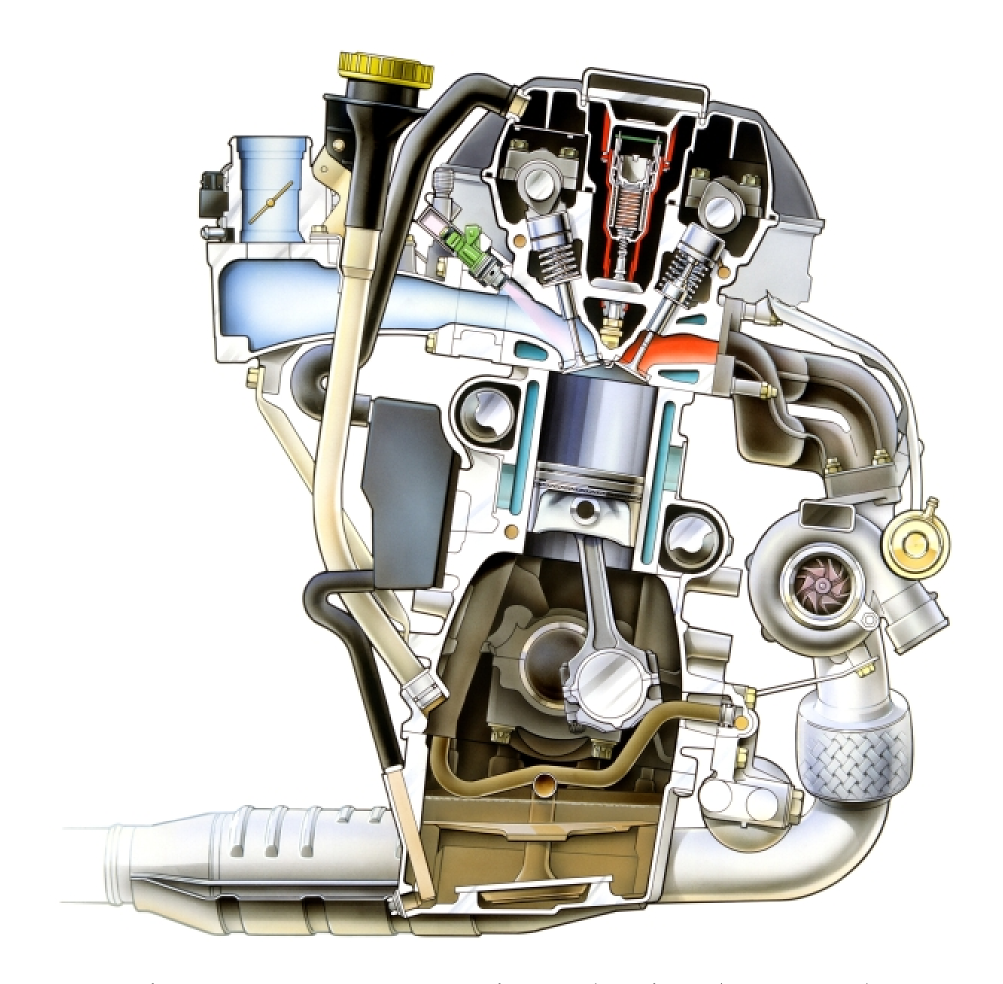


Photo 1.3 – Moteur à explosion (Saab 9-5 BioPower)

Turbomachines Ce sont des machines tournantes non étanches dans lesquelles la forme des parties fixes et mobiles est conçue de manière à imposer au fluide qui traverse la machine des variations de vitesse et des déviations. Ces changements de vitesse et déviations imposent alors des changements de pression et des travaux, essentiellement liés à la vitesse de rotation de la machine. Le flux de fluide est permanent au cours de l'évolution à travers les différents organes de la turbomachine (voir figure 1.4).

Remarques :

– Les turbomachines du fait d'une étanchéité peu complexe et d'un équilibrage facile (roue mobile et mouvement continu) peuvent atteindre des vitesses de rotation très élevées.
– Le débit des turbomachines est plus important que celui des capsulismes ce qui permet d'obtenir des machines de très forte puissance dans un encombrement réduit.
– Par contre, les capsulismes ont un rendement thermodynamique supérieur aux turbomachines car l'évolution est en système fermé.

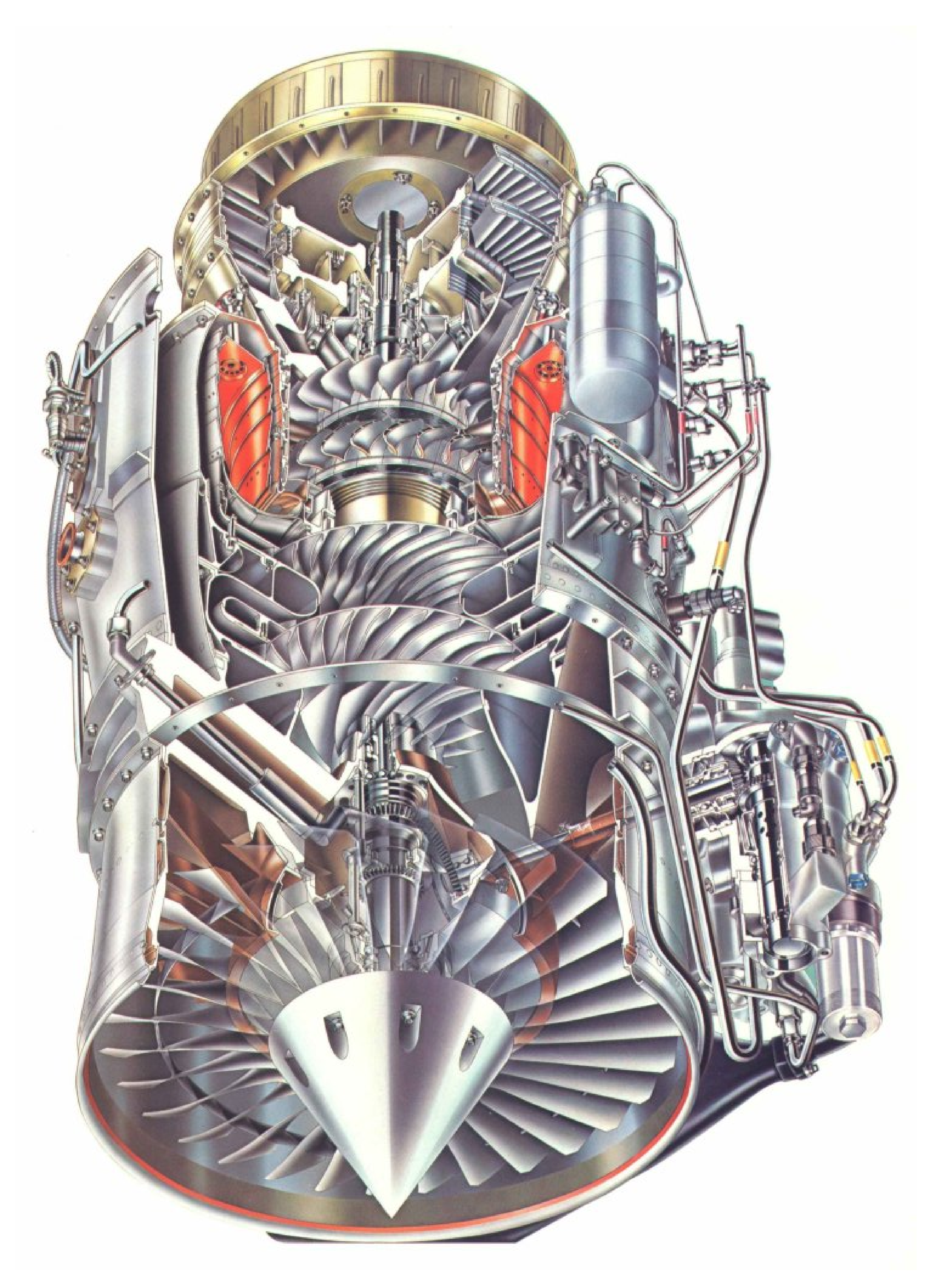


Photo 1.4 – Exemple de Turbo-moteur

1.2.4 Organes principaux des turbomachines

A titre d'exemple de turbomachine, on présente sur la figure 1.5 une coupe générale du moteur d'hélicoptère Arriel (fabriqué par Turboméca).

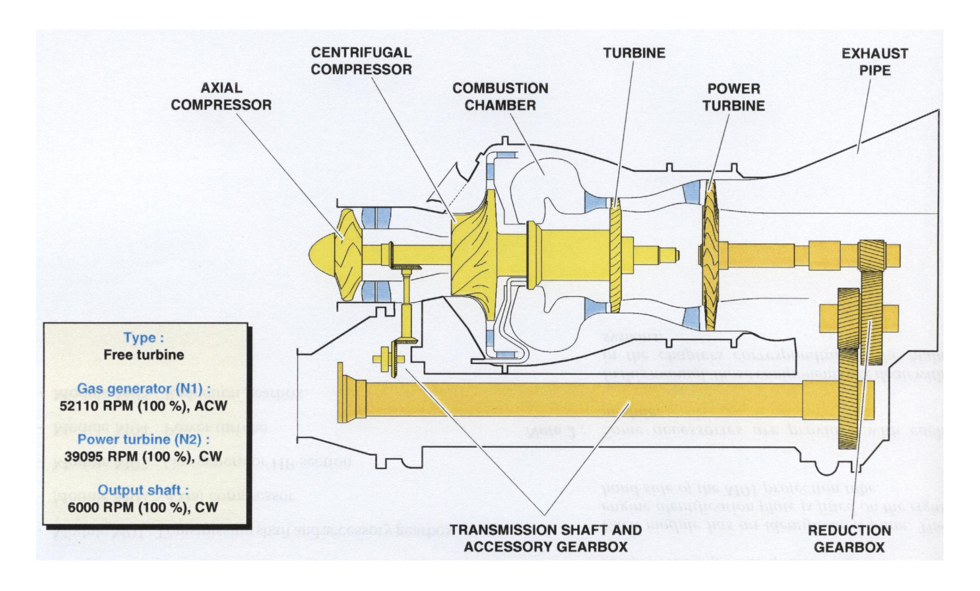


Photo 1.5 – Moteur Arrius (fabriqué par Turboméca)

repère	désignation	rôle
1	entrée d'air	admission d'air
2	compresseur	compression
3	organe d'admission	canalisation de l'air comprimé vers la chambre de combustion
4	chambre de combustion	combustion du mélange air/carburant
5	organe d'échappement des gaz brûlés	canalisation des gaz brûlés vers la première turbine
6	1ere turbine (turbine liée)	orientation des gaz brûlés, augmentation de leur vitesse d'écoulement et transmission de puissance à l'arbre secondaire (9)
7	2eme turbine (turbine libre)	transmission de puissance vers l'arbre primaire (8) et effet de poussée
8	arbre de puissance primaire	transmission de puissance vers les accessoires (40000tr/min)
9	arbre de puissance secondaire	entraînement de la turbine et du compresseur
10	arbre de puissance tertiaire	transmission de puissance vers les rotors (6000 tr/min)

1.3 Théorème de l'énergie cinétique et premier principe

1.3.1 Travail des forces intérieures dans un fluide

1.3.1.1 Cas d'un fluide non visqueux

Soit un fluide non visqueux soumis à une pression constante et passant de la date t à la date $t+dt$ d'un volume V vers un volume $V+dV$. L'élément de paroi AB venant en CD, le travail de

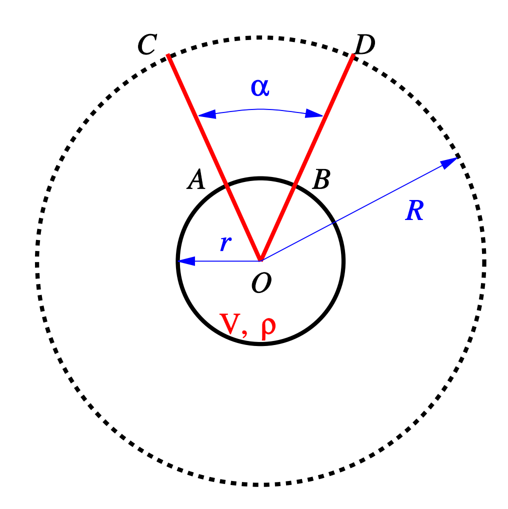


Photo 1.6 – Evolution d'un élément de volume

la force $p.dS$ s'exerçant sur AB est donné par $p.dS(R-r)\alpha$ avec $dV = dS(R-r)\alpha$ représentant le volume de $ABCD$. On écrit alors le travail élémentaire des forces intérieures sous la forme :

$$dW_{int} = p.dV$$

Pour un élément de fluide de masse unitaire, on peut alors écrire la relation suivante :

$$dW_{int} = p.dv \quad (J/kg) \tag{1.1}$$

ou

$$W_{int} = \int_1^2 p.dv \tag{1.2}$$

1.3.1.2 Cas d'un fluide visqueux

Dans le cas d'un fluide visqueux, on doit ajouter au travail des forces de pression, le travail dissipé par la viscosité du fluide. On écrit alors la relation suivante dans laquelle dW_f représente le travail élémentaire dû à la viscosité du fluide :

$$dW_{int} = p.dv + dW_f \tag{1.3}$$

ou

$$W_{int} = \int_1^2 p.dv + W_{f_{1\to 2}} \tag{1.4}$$

Remarque : $W_{f_{1\to 2}}$ est une quantité toujours négative.

1.3.2 Théorème de l'énergie cinétique appliqué aux systèmes fermés

Soit un système fermé (un capsulisme) passant de l'état 1 à l'état 2. Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à ce système prend alors la forme suivante pour une quantité unitaire de fluide :

$$W_{e_{1\to2}} + W_{int_{1\to2}} = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)$$

relation dans laquelle $W_{e_{1\to2}}$ représente le travail des forces extérieures sur le système au cours de l'évolution. Si les états 1 et 2 sont des états d'équilibre, alors les vitesses en 1 et 2 sont telles que $\overrightarrow{C_1} = \overrightarrow{C_2} = Cte$, et on écrit alors :

$$W_{e_{1\to2}} + W_{int_{1\to2}} = 0$$

et

$$W_{e_{1\to2}} = -\int_1^2 p.dv \tag{1.5}$$

1.3.3 Théorème de l'énergie cinétique appliqué aux systèmes ouverts

Considérons maintenant une machine mécanique M traversée par un fluide allant du point 1 vers le point 2. La masse de fluide comprise entre les points A et B à l'instant t est comprise entre les points $A^{'}$ et $B^{'}$ à l'instant $t + dt$. La masse de fluide comprise entre les points $A^{'}$ et B

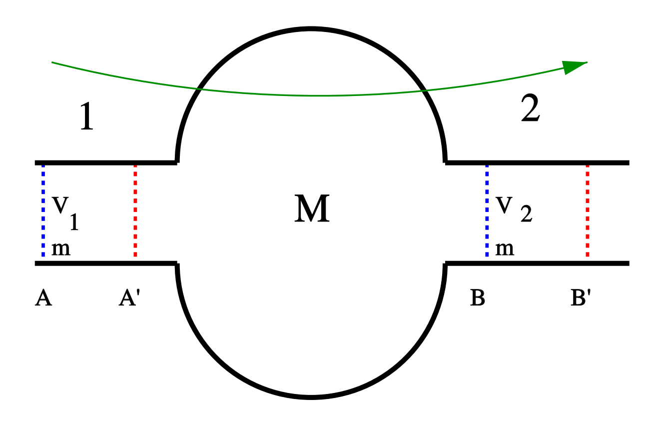


Photo 1.7 – Machine traversée par un fluide

est dans un même état thermodynamique aux dates t et $t+dt$, donc tout se passe comme si la masse m de fluide entre A et $A^{'}$ était venue se placer entre B et $B^{'}$. Pour une masse unitaire, on écrit alors la relation suivante :

$$W_{e_{1\to2}} + W_{int_{1\to2}} = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \tag{1.6}$$

Les 2 états thermodynamiques 1 et 2 sont caractérisés par les variables p_1, v_1 et p_2, v_2.

1.3.3.1 Fluide non visqueux, travail net

Sous les conditions de fluide non visqueux (1.2), on peut alors établir l'écriture permettant d'évaluer le travail des forces extérieures au système $W_{e_{1\to2}}$ en considérant que ce travail résulte des forces mises en jeu par :

- la différence de pression entre les points 1 et 2
- le travail des forces de pesanteur
- le travail développé par la machine

Travail des forces de pression : Par unité de masse de fluide, le travail des forces de pression conformément à la figure 1.8 se met sous la forme :

$$W_{p_{1\to 2}} = p_1 v_1 - p_2 v_2 \tag{1.7}$$

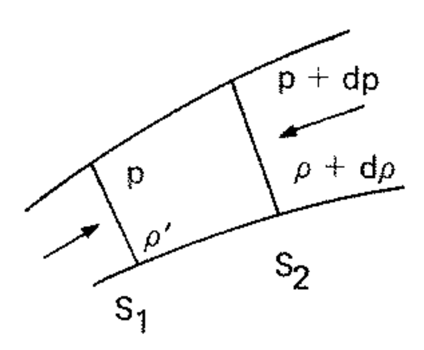


Photo 1.8 – Action des forces de pression

Travail des forces de pesanteur : Pour une unité de masse, on a :

$$W_{g_{1\to 2}} = -g(z_2 - z_1) \tag{1.8}$$

Travail des forces générées par la machine : On appellera $W_{n_{1\to 2}}$ le travail net, c'est à dire le travail fourni par la machine à l'unité de masse de fluide lors de son passage du point 1 au point 2. Les conventions de thermodynamique sont applicables pour le signe de ce travail, et fournissent la classification suivante :

- $W_{n_{1\to 2}} > 0$ pour une machine génératrice
- $W_{n_{1\to 2}} < 0$ pour une machine motrice

Ainsi, le théorème de l'énergie cinétique se met sous la forme suivante :

$$W_{n_{1\to 2}} - g(z_2 - z_1) + p_1 v_1 - p_2 v_2 + \int_1^2 p.dv = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \tag{1.9}$$

soit donc après application d'une intégration par parties :

$$W_{n_{1\to 2}} = g(z_2 - z_1) + \int_1^2 v.dp + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \tag{1.10}$$

Cette relation est une généralisation du théorème de Bernoulli dans le cas où une machine intervient dans l'écoulement du fluide.

1.3.3.2 Notion de transvasement

L'expression $\int_1^2 v.dp$ représente le travail à fournir par la machine contre les forces de pression intérieures et extérieures. Ce travail, appelé travail de transvasement est le seul fourni par la machine lorsque les variations d'énergie potentielle et cinétique sont négligeables. On écrit alors :

$$W_{T_{1\to 2}} = \int_1^2 v.dp \tag{1.11}$$

Ce travail est positif pour une machine génératrice et négatif pour une machine motrice.

1.3.3.3 Fluide visqueux, travail indiqué

En introduisant l'hypothèse de fluide visqueux, on fait apparaître le travail dissipé par la viscosité du fluide W_f. Le travail fourni par la machine devient alors le travail indiqué, soit :

$$W_{i_{1\to 2}} = W_{n_{1\to 2}} - W_{f_{1\to 2}} \tag{1.12}$$

d'où on écrit :

$$W_{i_{1\to 2}} = g(z_2 - z_1) + \int_1^2 v.dp + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) - W_{f_{1\to 2}} \tag{1.13}$$

1.3.3.4 Pertes mécaniques : travail sur l'arbre

Le travail indiqué W_i présenté au paragraphe précédent est la somme du travail sur l'arbre de la machine (W_a) et des pertes mécaniques (W_m) principalement dues aux frottements. On a alors :

$$W_{i_{1\to 2}} = W_{a_{1\to 2}} + W_{m_{1\to 2}} \qquad (J/kg)$$

avec $W_m < 0$, de même, on écrit alors :

$$W_{n_{1\to 2}} = W_{a_{1\to 2}} + W_{m_{1\to 2}} + W_{f_{1\to 2}} \qquad (J/kg)$$

1.3.4 Premier principe de la thermodynamique

1.3.4.1 Rappels

Le PPT établit que la somme du travail mécanique et de la quantité de chaleur dissipée, lors du passage d'un état $(1) \longrightarrow (2)$ est égale à la somme des variations d'énergie interne (U) et cinétique (E_c). Soit :

$$W_{e_{1\to 2}} + Q_{e_{1\to 2}} = \Delta U + \Delta E_c$$

$$W_{e_{1\to 2}} + Q_{e_{1\to 2}} = U_2 - U_1 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \tag{1.14}$$

1.3.4.2 Application aux machines thermiques

En appliquant le Premier Principe de la Thermodynamique à l'écoulement à travers la machine M tel qu'il a été défini au paragraphe 1.3.3, pour un fluide visqueux on obtient l'écriture suivante :

$$W_{e_{1\to 2}} = p_1 v_1 - p_2 v_2 - g(z_2 - z_1) + W_{i_{1\to 2}}$$

soit compte tenu de (1.14) et en introduisant la notion d'enthalpie du fluide :

$$H_2 - H_1 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) + g(z_2 - z_1) = Q_{e_{1\to 2}} + W_{i_{1\to 2}} \tag{1.15}$$

Remarques :

- Dans l'étude des fluides compressibles, les termes de pesanteur sont le plus souvent négligés.
- A partir des expressions du théorème de l'énergie cinétique et du Premier Principe de la Thermodynamique on aboutit à :

$$U_2 - U_1 = Q_{e_{1\to 2}} + Q_{f_{1\to 2}} - \int_1^2 p.dv \tag{1.16}$$

  car le travail de viscosité $W_{f_{1\to 2}}$ est dissipé en chaleur $(-W_{f_{1\to 2}} = Q_{f_{1\to 2}})$

– On a également la relation suivante suite à la définition de l'enthalpie :

$$H_2 - H_1 = Q_{e_{1\to2}} + Q_{f_{1\to2}} - \int_1^2 v.dp \tag{1.17}$$

– En fluide incompressible la variation d'énergie mécanique et thermique ne dépend que de l'état initial et final.

1.3.4.3 Premier Principe en mouvement relatif

Considérons maintenant que notre notre système mécanique est en mouvement relatif par rapport à un repère quelconque.

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit

$$W^*_{e_{1\to2}} + W_{int_{1\to2}} + W^*_{ie_{1\to2}} = \frac{1}{2}(W_2^2 - W_1^2) \tag{1.18}$$

où $W^*_{ie_{1\to2}}$ est le travail relatif des forces d'inertie d'entraînement et le signe * indique la notion de mouvement relatif. W_1 et W_2 sont les vitesses relatives.

Le premier principe en mouvement relatif s'écrit

$$W^*_{e_{1\to2}} + Q_{e_{1\to2}} + W^*_{ie_{1\to2}} = U_2 - U_1 + \frac{1}{2}(W_2^2 - W_1^2) \tag{1.19}$$

Remarques :

– Si le mouvement relatif est rapporté à des axes de direction fixes passant par le centre de gravité, le travail des forces d'inertie d'entraînement $W^*_{ie_{1\to2}}$ sera nul. En effet, dans un mouvement autour du centre de gravité, ces forces sont réductibles à une force passant par le centre de gravité d'où un travail nul.

$$W^*_{e_{1\to2}} + Q_{e_{1\to2}} = U_2 - U_1 + \frac{1}{2}(W_2^2 - W_1^2) \tag{1.20}$$

– Si le repère est en mouvement circulaire uniforme autour d'un axe fixe, alors, le travail relatif des forces d'inertie d'entraînement $W^*_{ie_{1\to2}}$ se réduit à :

$$W^*_{ie_{1\to2}} = \frac{1}{2}(C_{e_2}^2 - C_{e_1}^2)$$

où C_{e_2} et C_{e_1} sont les vitesses d'entraînement de la masse unitaire de fluide en 2 et 1.

1.3.5 Bilans énergétiques

1.3.5.1 Bilan énergétique dans le fluide

L'énergie échangée par le fluide entre deux états 1 et 2 pouvant correspondre à l'entrée 1 et à la sortie 2 de la machine a pour expression :

$$W_{n_{1\to2}} = g(z_2 - z_1) + \int_1^2 v.dp + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \tag{1.21}$$

1.3.5.2 Bilan énergétique sur l'arbre

Le travail échangé sur l'arbre lorsque le fluide passe de l'entrée à la sortie de la machine vaut :

$$W_{a_{1\to2}} = W_{n_{1\to2}} - W_{m_{1\to2}} - W_{f_{1\to2}} \tag{1.22}$$

avec :

- W_n : travail net
- W_f : pertes par frottement visqueux <0
- W_m : pertes mécaniques <0

L'application du Premier Principe de la Thermodynamique donne alors l'expression :

$$H_2 - H_1 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) + g(z_2 - z_1) - W_{m_{1\to2}} = W_{a_{1\to2}} + Q_{e_{1\to2}} \tag{1.23}$$

1.3.5.3 Bilan énergétique dans l'organe mobile

Le travail indiqué W_i est l'énergie échangée entre la roue et le fluide :

$$W_{i_{1\to2}} = g(z_2 - z_1) + \int_1^2 v.dp + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) - W_{f_{1\to2}} \tag{1.24}$$

En écrivant alors le théorème de l'énergie cinétique en mouvement relatif, on obtient :

$$W^*_{e_{1\to2}} + W_{int_{1\to2}} + W^*_{ie_{1\to2}} = \frac{1}{2}(W_2^2 - W_1^2) \tag{1.25}$$

avec :

$$\begin{cases} W_{i_{1\to2}} = \int_1^2 p.dv - W_{f_{1\to2}} \\ W^*_{e_{1\to2}} = -g(z_2 - z_1) + p_1 v_1 - p_2 v_2 \\ W^*_{ie_{1\to2}} = \frac{1}{2}(C_{e_2}^2 - C_{e_1}^2) \end{cases}$$

Cet ensemble d'équations permet d'identifier l'écriture de $W_{i_{1\to2}}$ sous la forme :

$$W_{i_{1\to2}} = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) + \frac{1}{2}(C_{e_2}^2 - C_{e_1}^2) - \frac{1}{2}(W_2^2 - W_1^2) \tag{1.26}$$

relation qui lie le travail indiqué aux éléments des triangles des vitesses d'entrée et de sortie de roue.

1.3.5.4 Machines génératrices

Elles fournissent de l'énergie au fluide (pompe, compresseur). Ici, on a les valeurs de travaux $W_{n_{1\to2}} > 0$, $W_{i_{1\to2}} > 0$ et $W_{a_{1\to2}} > 0$. On obtient alors :

$$W_{a_{1\to2}} > 0 \begin{cases} W_{m_{1\to2}<0} \\ W_{i_{1\to2}} > 0 \begin{cases} W_{f_{1\to2}} < 0 \\ W_{n_{1\to2}} > 0 \begin{cases} E_c = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \\ E_p = g(z_2 - z_1) \\ W_{T_{1\to2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

avec :

$$W_{a_{1\to2}} = W_{i_{1\to2}} - W_{m_{1\to2}} \;\; et \;\; W_{i_{1\to2}} = W_{n_{1\to2}} - W_{f_{1\to2}} \tag{1.27}$$

1.3.5.5 Machines motrices

Elles récupèrent de l'énergie du fluide (moteurs, turbines) pour la transmettre sur l'arbre. Ici, on a les valeurs de travaux $W_{n_{1\to 2}} < 0$, $W_{i_{1\to 2}} < 0$ et $W_{a_{1\to 2}} < 0$. On obtient alors :

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \\ E_p = g(z_2 - z_1) \\ W_{T_{1\to 2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} \end{array}\right\} = W_{n_{1\to 2}} < 0 \left\{\begin{array}{l} W_{f_{1\to 2}<0} \\ W_{i_{1\to 2}} < 0 \left\{\begin{array}{l} W_{m_{1\to 2}} < 0 \\ W_{a_{1\to 2}} < 0 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

avec :

$$W_{n_{1\to 2}} = W_{i_{1\to 2}} + W_{f_{1\to 2}} \;\; et \;\; W_{i_{1\to 2}} = W_{a_{1\to 2}} + W_{m_{1\to 2}} \tag{1.28}$$

1.4 Théorie d'Euler - Action de l'organe mobile sur le fluide

1.4.1 Définitions et classification

1) L'élément essentiel dans la construction d'une turbomachine est la roue qui porte les aubages.

2) Le trajet du fluide dans la roue par rapport à l'axe de rotation de la machine permettra de la classer suivant 3 types :

– Machines radiales, centrifuges ou centripètes



Les filets fluides sont contenus dans des plans perpendiculaires à l'axe de rotation (sauf au voisinage immédiat de l'axe de rotation).

– Machines axiales



Les filets fluides sont contenus dans des cylindres dont l'axe est l'axe de rotation de la machine.

–

Machines mixtes, hélicocentrifuges, hélicocentripètes



Les filets fluides sont situés sur des surfaces de révolution dont la génératrice suit le profil de l'aube.

3) La succession des aubes de la roue constitue une grille d'aube.

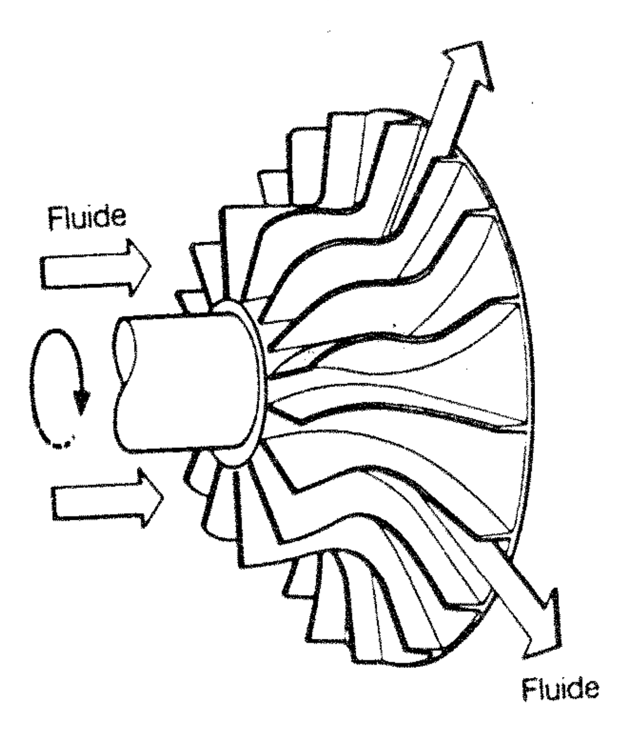


Photo 1.9 – Grille d'aubes d'un compresseur centrifuge

- Lorsque l'écoulement dans la roue se fait à pression constante, on a une turbomachine à "action" (motrice). Les aubes servent à modifier la direction de l'écoulement.
- Lorsque la pression varie, les aubes modifient à la fois l'intensité et la direction de la vitesse du fluide. La turbomachine est alors à "réaction" (motrice ou génératrice).

4) Généralement, la roue de la machine sera précédée et/ou suivie d'une ou plusieurs grilles d'aube fixes servant à orienter convenablement le fluide et éventuellement transformer l'énergie cinétique en énergie de pression. L'ensemble constitué par une grille d'aube fixe et une mobile constitue un étage de la turbomachine. La grille d'aube fixe est en amont de la roue sur les machines motrices et en aval de la roue sur les machines génératrices.

5) Les étages peuvent être disposés :

- En série ce qui contribue à un accroissement du transfert d'énergie

– En parallèle, ce qui contribue à un accroissement du débit

6) Un étage de turbomachine est dit périodique si le fluide à la même vitesse à l'entrée et à la sortie.

1.4.2 Diagramme des vitesses

1.4.2.1 Conventions

Soit une particule M animée d'une vitesse absolue $\overrightarrow{C}$. On a alors la décomposition du vecteur vitesse $\overrightarrow{C}$ suivante :

$$\overrightarrow{C} = \overrightarrow{C_{ax}} + \overrightarrow{C_{rad}} + \overrightarrow{C_{gir}} \quad (1.29)$$

avec $\overrightarrow{C_{ax}}$ vitesse axiale, $\overrightarrow{C_{rad}}$ vitesse radiale et $\overrightarrow{C_{gir}}$ vitesse giratoire comme indiqué sur le schéma de la figure 1.10.

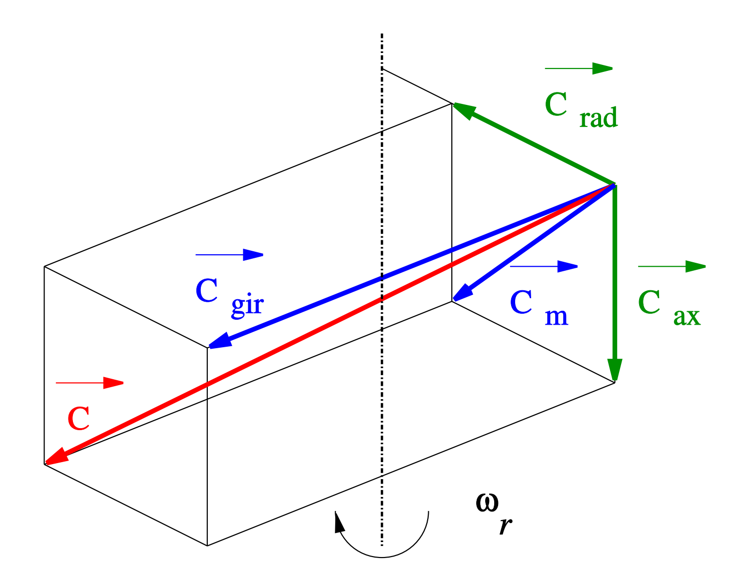


Photo 1.10 – Décomposition du vecteur vitesse

Remarques :

– Machine axiale $\Longrightarrow \overrightarrow{C_{rad}} = 0$
– Machine radiale $\Longrightarrow \overrightarrow{C_{ax}} = 0$

Dans la roue de la turbomachine, on s'intéresse à la vitesse absolue du fluide ainsi qu'à la vitesse relative par rapport à la roue. On décompose alors le vecteur vitesse $\overrightarrow{C}$ comme suit :

$$\overrightarrow{C} = \overrightarrow{C_e} + \overrightarrow{W} \quad (1.30)$$

avec $\overrightarrow{C_e}$ vitesse d'entraînement et $\overrightarrow{W}$ vitesse relative. Dans le plan contenant les vecteurs $\overrightarrow{C}$ et $\overrightarrow{C_{gir}}$, on fait apparaître $\overrightarrow{C_m}$ la vitesse méridienne. $\overrightarrow{C_m}$ est telle que $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{C_{gir}} + \overrightarrow{C_m}$ soit :

$$\overrightarrow{C_m} = \overrightarrow{C_{ax}} + \overrightarrow{C_{rad}} \quad (1.31)$$

On définit alors les angles α et β tels que :

$$\alpha = (\widehat{\overrightarrow{C_e}, \overrightarrow{C}}) \;\; et \;\; \beta = (\widehat{\overrightarrow{C_e}, \overrightarrow{W}}) \quad (1.32)$$

On obtient alors la construction définie sur la figure 1.11.

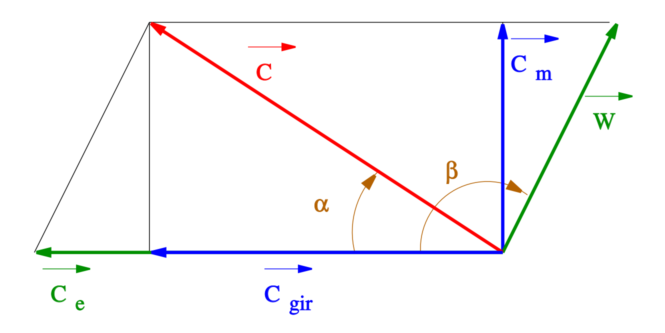


Photo 1.11 – Diagramme des vitesses

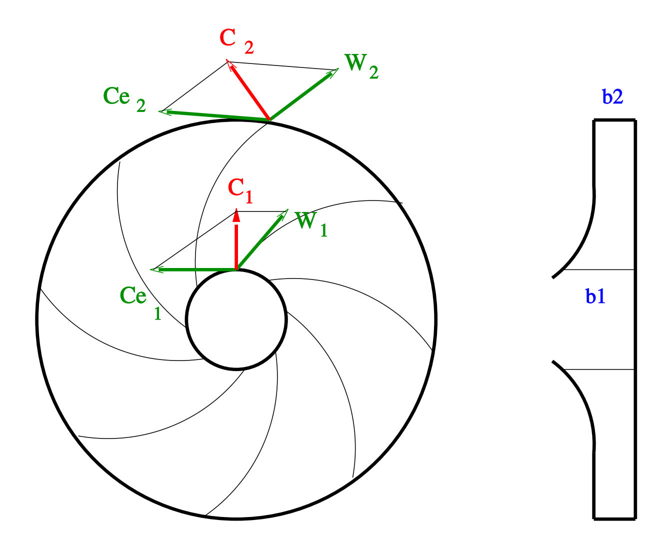


Photo 1.12 – Diagramme des vitesses pour une roue radiale

1.4.2.2 Application aux machines radiales

Soit la pompe centrifuge représentée sur la figure 1.12. A l'entrée, on a $\overrightarrow{C_1} = \overrightarrow{C_{e_1}} + \overrightarrow{W_1}$, à la sortie $\overrightarrow{C_2} = \overrightarrow{C_{e_2}} + \overrightarrow{W_2}$.

Explication du tracé

Le tracé du diagramme des vitesses se fait en suivant l'ordre indiqué ci-dessous :

1. Machine radiale $\Longrightarrow \overrightarrow{C_{ax}} = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{C_m} = \overrightarrow{C_{rad}}$
2. Les vitesses d'entraînement sont portées par l'axe des vitesses giratoires et sont donc tangentes aux diamètres d'entrée D_1 et de sortie D_2 de la roue.
3. A l'entrée, la vitesse giratoire du fluide est nulle car l'admission se fait suivant l'axe $\Longrightarrow \overrightarrow{C_{gir_1}} = 0$, soit $\overrightarrow{C_1} = \overrightarrow{C_{m_1}} = \overrightarrow{C_{rad_1}}$ et $\alpha_1 = (\widehat{\overrightarrow{C_{e_1}}, \overrightarrow{C_1}}) = (\widehat{\overrightarrow{C_{gir_1}}, \overrightarrow{C_{rad_1}}}) = 90°$ (Dans le cas où il n'y a pas de grille d'aube de distribution).
4. Les vitesses relatives $\overrightarrow{W_i}$ sont les vitesses du point coïncidant entre le profil et le fluide (elles sont tangentes au profil).

Conservation du débit massique

De l'entrée vers la sortie, on a

$$q_m = \rho_1 \pi D_1 b_1 C_{m_1} = \rho_2 \pi D_2 b_2 C_{m_2} \tag{1.33}$$

1.4.2.3 Application aux machines axiales

On aura $\overrightarrow{C_{rad}} = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{C_{ax}} = \overrightarrow{C_m}$

On pose S_1 section de passage du fluide à l'entrée de la machine et S_2 à la sortie.

Conservation du débit massique

De l'entrée vers la sortie, on a

$$q_m = \rho_1 S_1 C_{m_1} = \rho_2 S_2 C_{m_2} \quad (1.34)$$

Ce qui permet alors de définir le diagramme des vitesses donné sur la figure 1.13.

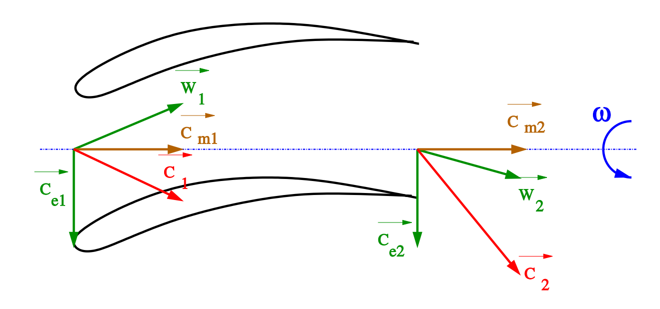


Photo 1.13 – Diagramme des vitesses pour une roue axiale

1.4.3 Torseur cinétique sur un filet élémentaire

On considère un filet élémentaire de fluide de section S_1 et vitesse $\overrightarrow{C_1}$ à l'entrée et de section S_2 et vitesse $\overrightarrow{C_2}$ à la sortie de la roue. On pose dq_m le débit massique élémentaire du filet fluide. Le filet étant soumis aux forces de masse F_v et aux forces de surface F_s le torseur des efforts extérieurs dû à ces forces se réduit à $\left\{\overrightarrow{dR}, \overrightarrow{dM}\right\}$ au point O. On a alors l'écriture suivante au point O :

$$\begin{cases} \overrightarrow{dR} = dq_m(\overrightarrow{C_2} - \overrightarrow{C_1}) \\ \overrightarrow{dM} = dq_m(\overrightarrow{OM_2} \wedge \overrightarrow{C_2} - \overrightarrow{OM_1} \wedge \overrightarrow{C_1}) \end{cases} \quad (1.35)$$

A partir de l'écriture de la quantité de mouvement :

$$\int_S \{\rho \overrightarrow{C}] \overrightarrow{C} \nu dS = \{F_s\} + \{F_v\} \quad (1.36)$$

1.4.4 Théorie d'Euler

Dans une théorie simplifiée due à Euler, on suppose que la roue possède un nombre d'aubes infini régulièrement espacées. On admet alors qu'en chaque point situé sur une circonférence ayant pour axe, l'axe de rotation de la machine, la vitesse d'une particule fluide se déduit à celle d'une autre par une simple rotation. L'écoulement entre l'entrée et la sortie de la roue est donc constitué par une ensemble de filets de fluide identiques. A partir des relations établies au paragraphe précédent, on obtient en sommant les débits massiques élémentaires dq_m

$$\overrightarrow{R} = \sum dq_m(\overrightarrow{C_2} - \overrightarrow{C_1}) \quad (1.37)$$

résultante des forces appliquées au fluide dans la roue.

En projection sur l'axe de rotation de la roue, (généralement l'axe Oz), on obtient alors

$$R_z = q_m(C_2 - C_1) \quad (1.38)$$

poussée axiale de la roue.

De même pour le moment, en sommant les débits massiques élémentaires dq_m

$$\overrightarrow{M} = \sum dq_m(\overrightarrow{OM_2} \wedge \overrightarrow{C_2} - \overrightarrow{OM_1} \wedge \overrightarrow{C_1}) \tag{1.39}$$

moment en O des forces appliquées au fluide dans la roue

En projection sur l'axe de rotation de la roue, (généralement l'axe Oz), on obtient alors

$$M_z = q_m(r_2 C_{gir_2} - r_1 C_{gir_1}) \tag{1.40}$$

moment par rapport à l'axe de rotation des efforts appliqués au fluide dans la roue.

Remarque : Les moments générés par les forces de pesanteur (forces de masse) et les forces de surface (pression en amont et en aval) étant nuls, M_z représente le moment par rapport à l'axe de rotation des actions de contact de la roue sur le fluide.

1.4.4.1 Puissance et travail indiqué

On a $P = M_z\omega$ et $\omega r = C_e$. De ces expressions, on sort l'écriture de la puissance échangée entre le roue et le fluide sous la forme suivante

$$P = q_m \left[C_{gir_2} C_{e_2} - C_{gir_1} C_{e_1}\right] \tag{1.41}$$

Ce qui donne pour l'unité de masse l'expression du travail indiqué sous la forme

$$W_{i_{1\to 2}} = \left[C_{gir_2} C_{e_2} - C_{gir_1} C_{e_1}\right] \tag{1.42}$$

En appliquant Pythagore au triangle des vitesses, on obtient alors

$$W_{i_{1\to 2}} = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) + \frac{1}{2}(C_{e_2}^2 - C_{e_1}^2) - \frac{1}{2}(W_2^2 - W_1^2) \tag{1.43}$$

On retrouve ainsi l'expression donnée au paragraphe 1.3.5.3.

Remarque : La première expression de W_i donnée ci-dessus montre que l'échange d'énergie sera d'autant plus important dans une machine radiale (on fait varier C_{gir} et C_e simultanément) que dans une machine axiale (seul C_{gir} peut varier entre l'entrée et la sortie de la roue).

Pour une machine axiale, on a $\overrightarrow{C_{e_1}} = \overrightarrow{C_{e_2}} = \overrightarrow{C_e}$ d'où

$$W_{i_{1\to 2}} = C_e \Delta C_{gir} \tag{1.44}$$

avec

- $\Delta C_{gir} > 0$ pour une machine génératrice
- $\Delta C_{gir} < 0$ pour une machine motrice

1.4.4.2 Remarques sur les insuffisances de la théorie d'Euler

Nous avons jusque là supposé que les vitesses caractéristiques ne dépendent que de la distance du point considéré à l'axe de rotation de la machine. Or dans les cas réels, la vitesse pour un rayon donné est rarement constante. Les différences de pression et l'inertie du fluide peuvent en effet modifier l'expression de la vitesse et par là même l'expression du transfert d'énergie. L'étude d'une roue centrifuge va permettre la mise en évidence des effets néfastes de l'inertie du fluide et de la différence de pression.

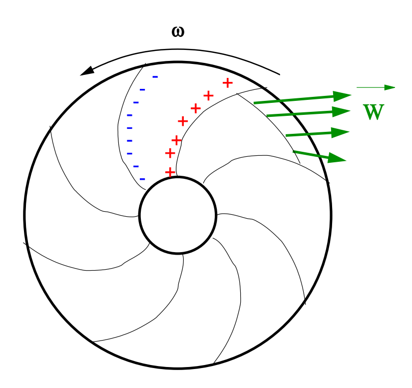


Photo 1.14 – Etat des pressions sur les aubes et distribution des vitesses relatives

- Suivant le sens de rotation de la roue, une partie de l'aube est en surpression et l'autre en dépression. La grandeur relative $\overrightarrow{W}$ varie en sens inverse de la pression. Il résulte alors une différence des pressions sur les aubes, un effet sur $\overrightarrow{W}$ qui est tangente au profil de l'aube seulement en haute pression.
- De même les particules fluides tendent à garder la même orientation durant le mouvement. On voit sur la figure suivante que pour différentes positions successives (I, II, III et IV) que la particule a gardé la même orientation par rapport au repère fixe et de ce fait a tourné par rapport au repère local des aubes. Ceci provoque par tourbillon relatif une distorsion de la distribution des vitesses relatives.

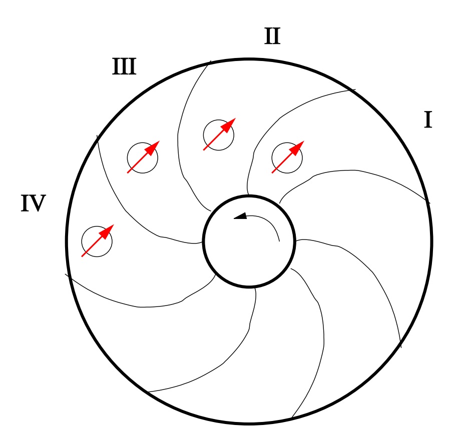


Photo 1.15 – Orientation des particules de fluide générant des tourbillons

- La vitesse relative de sortie entre 2 aubes subit une déviation δ par rapport à la direction théorique. Cette déviation est habituellement de $5°$ à $10°$ et dépend du nombre et de la forme des aubes (angle β_2). On note alors une diminution de l'énergie échangée par rapport à celle calculée par Euler.

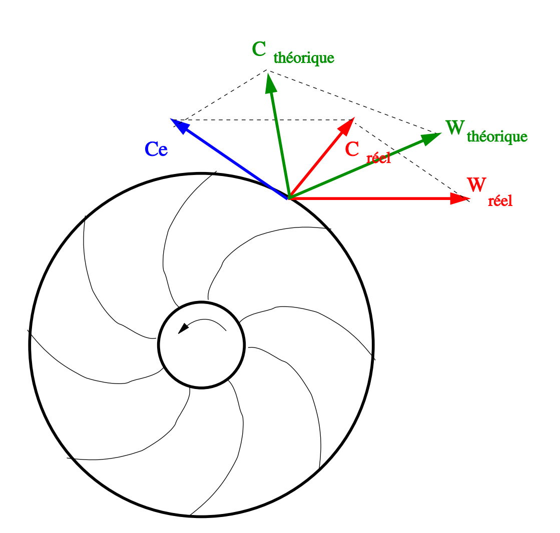


Photo 1.16 – Distribution réelle des vitesses dans la roue

1.5 Les grilles d'aubes

La fonction principale de la grille d'aubes est de modifier l'écoulement du fluide en transformant sa vitesse relative d'entrée W_1 en une vitesse relative de sortie W_2 de norme et/ou de direction différentes.

1.5.1 Définition géométrique

1.5.1.1 L'aube ou l'aubage

Une aube est une succession de sections droites empilées le long d'une génératrice de sorte à générer un profil aérodynamique. La génératrice de l'aube est le lieu des centres de gravité des sections droites. On désignera par calage l'orientation de la section par rapport à un repère fixe sur la génératrice.

– Si le calage est constant, l'aube est dite cylindrique.
– Si le calage est évolutif, l'aube est dite conique ou vrillée.

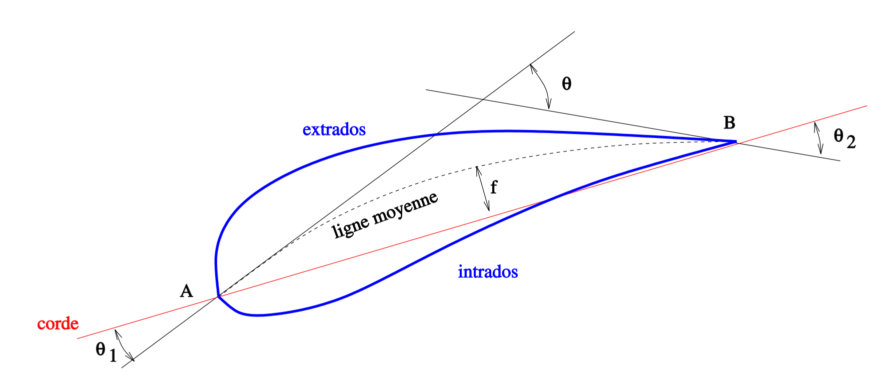


Photo 1.17 – Section droite d'une aube

On a l'ensemble des définitions ci-dessous :

désignation	définition
A	bord d'attaque
B	bord de fuite
f	flèche maximale
$\theta = \theta_1 + \theta_2$	déviation angulaire

1.5.1.2 La grille d'aubes

Une grille d'aubes est formée d'une succession d'aubes déduites les unes des autres par une opération géométrique donnée. On a alors :

– Les grilles planes parallèles : translation des aubes de la valeur p (pas)
– Les grilles cylindriques : rotation des aubes de $\frac{2\pi}{z}$ (z est le nombre d'aubes). La génératrice est parallèle à l'axe de la grille
– Les grilles planes radiantes : rotation de $\frac{2\pi}{z}$. Génératrice perpendiculaire à l'axe de la grille.
– Les grilles toriques : les aubes sont imbriquées les unes aux autres et ne sont pas identiques.

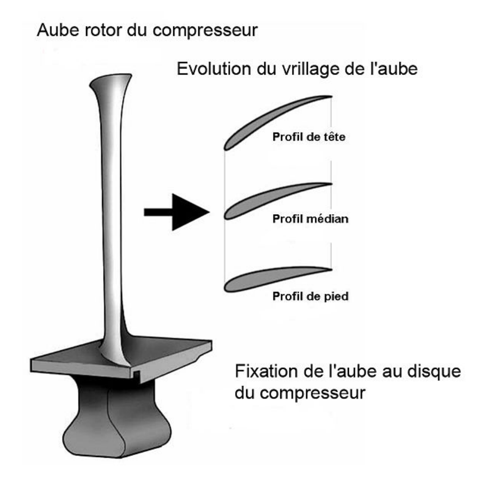


Photo 1.18 – Exemple d'une aube vrillée

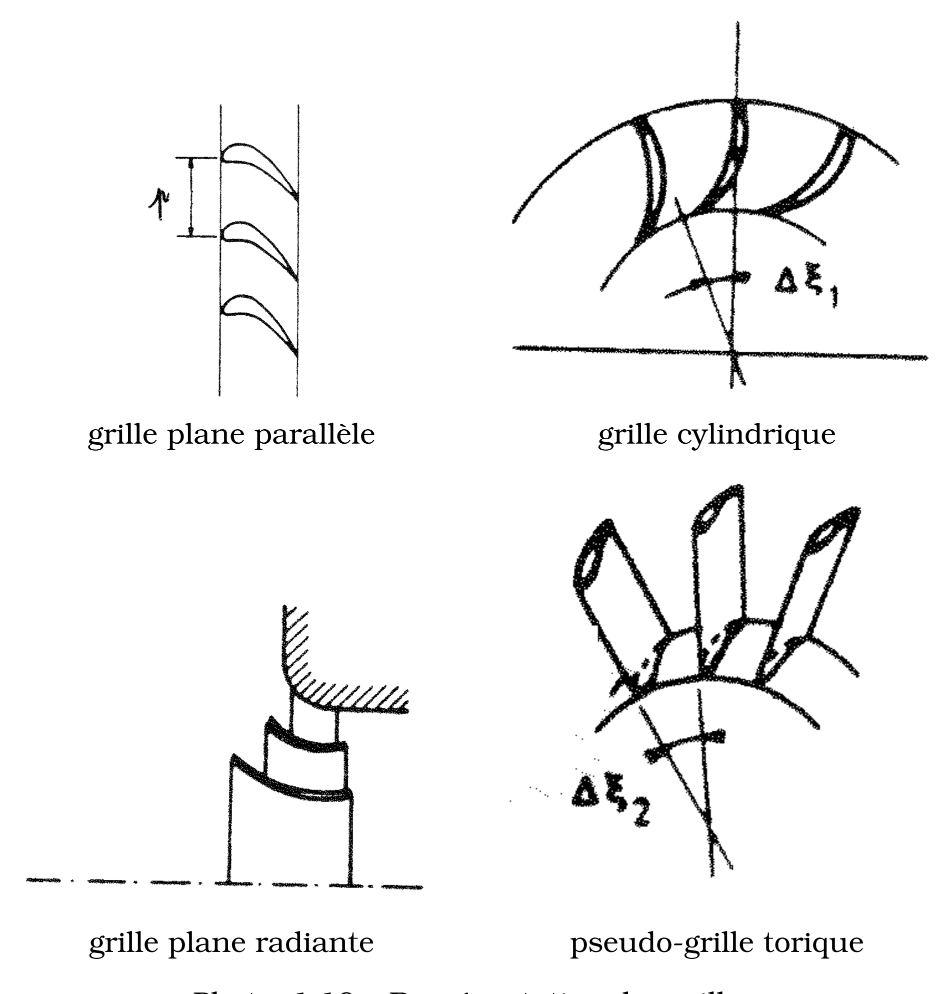


Photo 1.19 – Représentation des grilles

1.5.2 Définitions cinématiques

L'écoulement est supposé permanent et uniforme ce qui par la théorie d'Euler suppose un nombre infini d'aubes très rapprochées les unes des autres. La grille pouvant être fixe ou mobile, on sera amené à travailler soit en vitesse absolue $\overrightarrow{C}$ soit en vitesse relative $\overrightarrow{W}$.

- Grille d'aubes fixe $\Longrightarrow$ vitesse absolue $\overrightarrow{C}$
- Grille d'aubes mobile $\Longrightarrow$ vitesse relative $\overrightarrow{W}$

Cette partie sera consacrée à l'étude des grilles planes. En effet, les autres grilles d'aubes pourront par approximation se rapporter à des grilles planes. On définit alors pour les grilles planes parallèles :

désignation	définition
p	pas de la grille
b	profondeur de grille ($\perp$ au front)
l	corde du profil
γ	calage des aubes de la grille

1.5.2.1 Grille d'aubes fixe

On obtient, conformément à la figure 1.20 : $\overrightarrow{C_{moy}} = \frac{\overrightarrow{C_1}+\overrightarrow{C_2}}{2}$

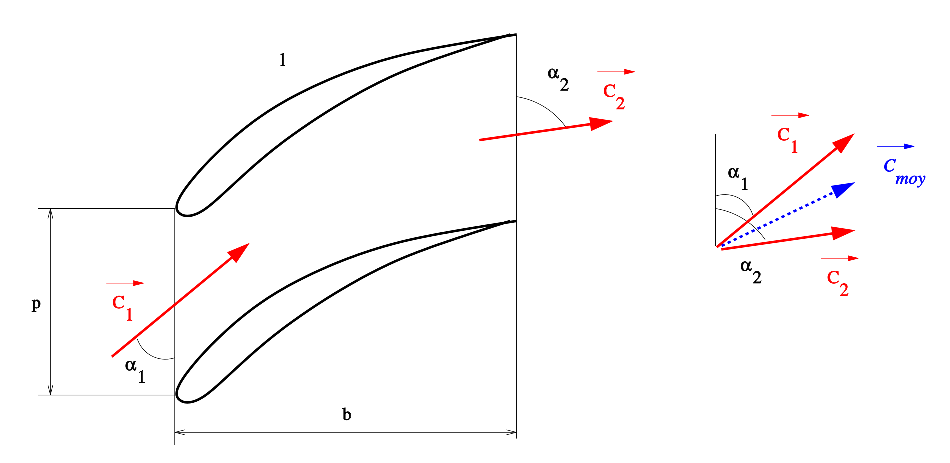


Photo 1.20 – Grille d'aubes fixe

1.5.2.2 Grille d'aubes mobile sur machine génératrice axiale

Conformément à la figure 1.21 qui présente une grille d'aubes mobile de machine génératrice axiale, on connaît les quantités suivantes :

- β_1 et β_2 orientation du profil
- $\overrightarrow{C_{gir}} = f(\omega_r, R_{moyen})$
- $\overrightarrow{C_{ax}} = cte$

On résout alors en utilisant :

- β_1 et $\beta_2 \Longrightarrow$ direction de W_1 et W_2
- $\overrightarrow{C_{gir}}$ et $\overrightarrow{C_{ax}} \Longrightarrow$ norme de W_1 et W_2

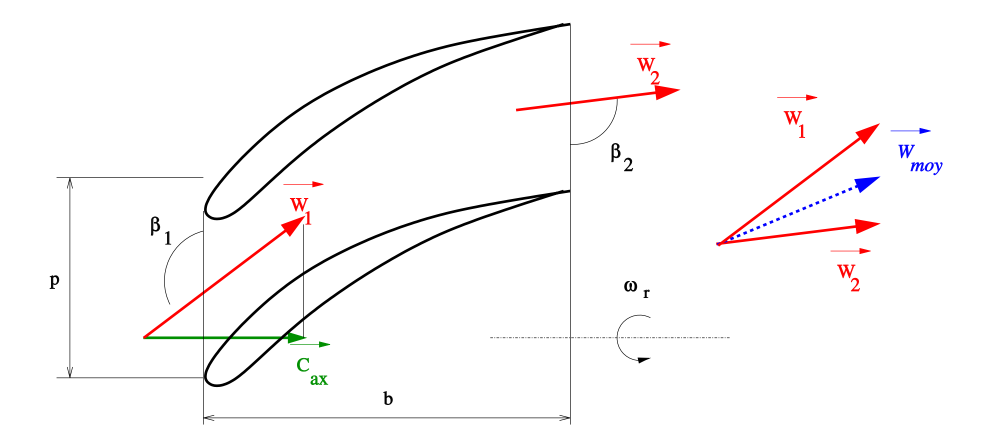


Photo 1.21 – Grille d'aubes mobile de machine génératrice axiale

On peut ainsi déterminer :

- $\overrightarrow{W_{moy}} = \frac{\overrightarrow{W_1}+\overrightarrow{W_2}}{2}$ la vitesse relative
- $\overrightarrow{W_{gir_1}}$ la vitesse tangentielle d'entrée
- $\overrightarrow{W_{gir_2}}$ la vitesse tangentielle de sortie
- $\Delta W_{gir} = W_{gir_2} - W_{gir_1}$ la déviation tangentielle
- $i_\infty = (\widehat{\overrightarrow{W_{moy}}, corde\,du\,profil})$ l'incidence fictive d'entrée

1.5.2.3 Grille d'aubes mobile sur machine motrice axiale

Conformément à la figure 1.22 qui présente une grille d'aubes mobile de machine motrice axiale, on applique la même démarche que pour la grille d'aube mobile de machine génératrice présentée ci-dessus.

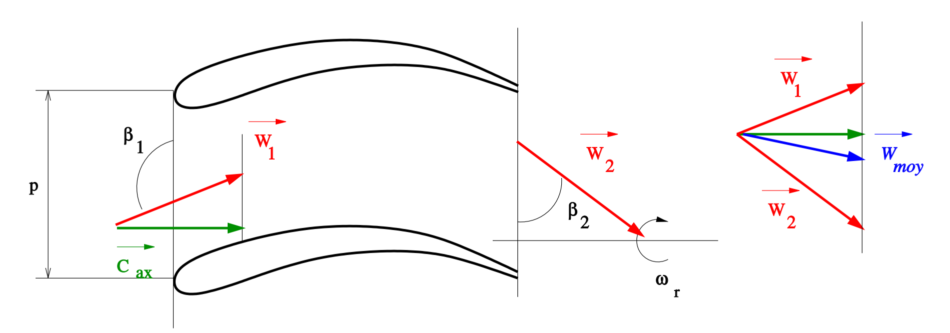


Photo 1.22 – Grille d'aubes mobile de machine motrice axiale

1.5.2.4 Conservation du débit

Pour une aube de profondeur unitaire, on aura :

- $q_v = pC_1 \sin\alpha_1 = pC_2 \sin\alpha_2$ pour une grille fixe
- $q_v = pW_1 \sin\beta_1 = pW_2 \sin\beta_2$ pour une grille mobile

soit donc :

$$\begin{cases} C_1 \sin\alpha_1 = C_2 \sin\alpha_2 = C_{moy} \sin\alpha_{moy} \\ W_1 \sin\beta_1 = W_2 \sin\beta_2 = W_{moy} \sin\beta_{moy} \end{cases} \tag{1.45}$$

1.5.3 Classification des grilles planes

Pour caractériser l'écoulement d'un fluide non visqueux on utilise Bernoulli en fluide parfait :

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = 0 \tag{1.46}$$

Cette équation traduit le fait que la variation de pression implique une variation des vitesses relatives dans le sens contraire.

1.5.3.1 Grilles de compression / grilles de détente

La classification se fait comme suit :

- grille de compression $\Longrightarrow dp > 0 \Longrightarrow W_2 < W_1$
- grille de détente $\Longrightarrow dp < 0 \Longrightarrow W_2 > W_1$

1.5.3.2 Grilles normales / grilles anormales

La classification proposée sur la figure 1.23 est effectuée en fonction de la différence $(W_2^2 - W_1^2)$ et du produit scalaire $(\overrightarrow{W_{gir_1}}.\overrightarrow{W_{gir_2}})$. On regarde alors pour $W_2^2 - W_1^2 > 0; = 0; < 0$ (détente ; action ; compression) l'évolution des valeurs et du signe des vitesses giratoires à l'entrée et à la sortie de la grille. Les grilles normales sont les cases encadrées (soit les grilles 1,2,4 et 9).

Classification des grilles d'aubes à vitesse axiale constante.

	$w_{1u}\, w_{2u} < 0$	$w_{1u}\, w_{2u} = 0$	$w_{1u}\, w_{2u} > 0$
$w_2^2 - w_1^2 > 0$ grilles détendantes	Grille fixe ou mobile de turbine à réaction à grande déviation. Grille fixe de turbine à action à grande déviation. 1	Grille fixe ou mobile de turbine à réaction normale. Grille fixe de turbine à action normale. Grille fixe d'entrée de compresseur. 2	Grille fixe ou mobile de turbine peu chargée (diamètre extérieur des turbines à aubes longues). Turbines hydrauliques de basse chute. 3
$w_2^2 - w_1^2 = 0$ grilles à action	Grille mobile de turbine à action. Grille fixe de compresseur à réaction unité. Grille redresseuse dans un coude. 4	Grilles anormales à déviation nulle sans intérêt dans les machines. (Grilles d'uniformisation ou de contrôle de turbulence dans les souffleries.) 5	6
$w_2^2 - w_1^2 < 0$ grilles comprimantes	Grille comprimante anormale. (Trop grande déviation pour comprimer correctement.) 7	Grille redresseuse en général. Dernière grille fixe de compresseur axial ou de pompe hélice. 8	Grille fixe ou mobile de compresseur axial ou de pompe hélice. 9

Photo 1.23 – Classification des grilles

1.5.4 Effort sur une grille plane : cas d'un fluide non visqueux

1.5.4.1 Grille fixe

Considérons un élément d'aube cylindrique de profondeur unitaire. Isolons dans un premier temps l'aube comme indiqué sur la figure 1.24. On a alors

$$\overrightarrow{R} = -N\overrightarrow{x} + T\overrightarrow{y} \tag{1.47}$$

$\overrightarrow{R}$ est la résultante des efforts appliqués par le fluide sur l'aube.

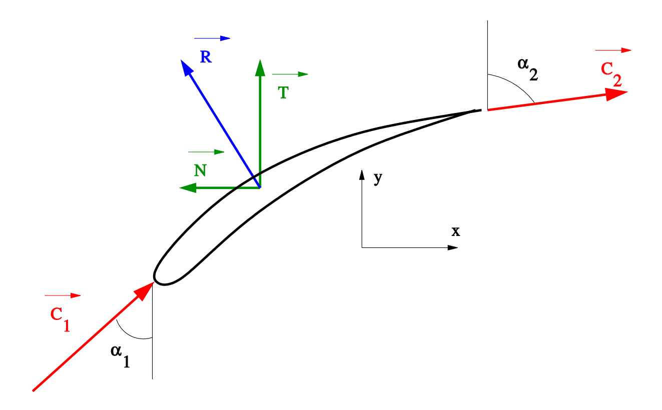


Photo 1.24 – Résultante des efforts sur une aube

Isolons maintenant la veine de fluide autour de l'aube comme indiqué sur la figure 1.25.

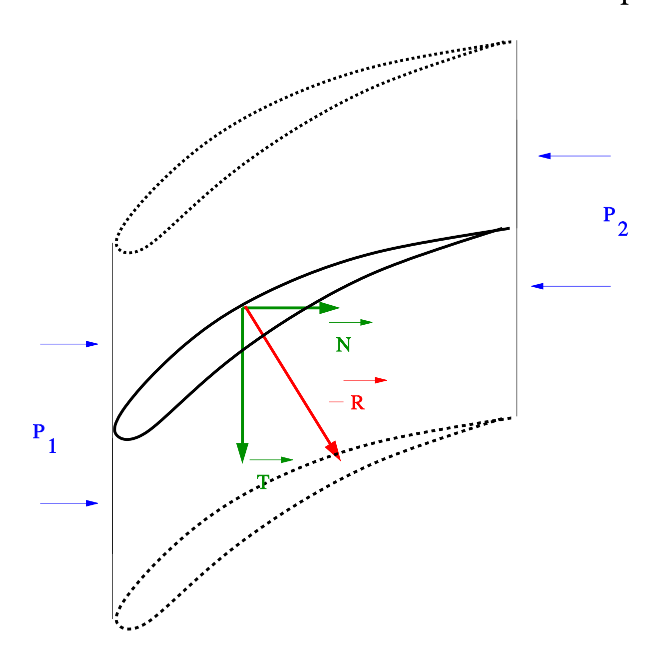


Photo 1.25 – Veine de fluide autour d'une aube et résultante des efforts

En utilisant la théorie d'Euler, on écrit alors :

$$q_m(\overrightarrow{C_2} - \overrightarrow{C_1}) = P_1 S_1 \overrightarrow{x} - P_2 S_2 \overrightarrow{x} + (-\overrightarrow{R}) \tag{1.48}$$

avec l'hypothèse que les forces de pression sur l'intrados et l'extrados s'annulent mutuellement. En projection sur les axes, on obtient alors :

$$\begin{cases} q_m(C_2 \sin\alpha_2 - C_1 \sin\alpha_1) = P_1 S_1 - P_2 S_2 + N \\ q_m(C_2 \cos\alpha_2 - C_1 \cos\alpha_1) = -T \end{cases} \tag{1.49}$$

comme $C_2 \sin\alpha_2 = C_1 \sin\alpha_1$ suite à la conservation du débit, on obtient alors :

$$N = P_2 S_2 - P_1 S_1$$

soit pour une aube unitaire

$$N = p(P_2 - P_1)$$

On calcule alors T à partir du diagramme des vitesses et du théorème de Bernoulli, on a alors :

$$\begin{cases} \Delta C_{gir} = C_2 \cos\alpha_2 - C_1 \cos\alpha_1 \\ C_2^2 - C_1^2 = 2\Delta C_{gir} C_{moy} \cos\alpha_\infty \end{cases} \tag{1.50}$$

et

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)$$

soit

$$P_1 - P_2 = \rho \Delta C_{gir} C_{moy} \cos\alpha_\infty \tag{1.51}$$

Comme $q_m = \rho p C_{moy} \sin\alpha_\infty$, on obtient les relations suivantes :

$$\begin{cases} N = -p\rho\Delta C_{gir} C_{moy} \cos\alpha_\infty \\ T = -p\rho\Delta C_{gir} C_{moy} \sin\alpha_\infty \end{cases} \tag{1.52}$$

Des expressions donnant N et T, on déduit la relation suivante

$$\frac{T}{N} = \tan\alpha_\infty$$

Ce qui montre que $\overrightarrow{R}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{C_{moy}}$. Par ailleurs, on peut également écrire $R = \sqrt{N^2 + T^2}$ soit :

$$\left|\overrightarrow{R}\right| = \rho p \Delta C_{gir} C_{moy} \tag{1.53}$$

On peut également définir le coefficient de sustentation du profil de la grille $C_{z_{grille}}$ par la relation :

$$C_{z_{grille}} = \frac{R}{\frac{1}{2}\rho S C_{moy}^2} = \frac{2p}{l}\frac{\Delta C_{gir}}{C_{moy}} \tag{1.54}$$

Le coefficient de sustentation de la grille est donc d'autant plus grand que les aubes sont écartées. Sa détermination expérimentale ou à partir du C_z du profil isolé permettra de calculer le nombre d'aubes nécessaire à l'obtention d'une déviation tangentielle $\frac{\Delta C_{gir}}{C_{moy}}$ donnée. On s'en servira également pour déterminer la calage des aubes de la grille. La limite admissible de la sustentation est déterminée expérimentalement. Cette limite, $C_z \frac{l}{p} < 1$ à 2 correspond à l'apparition de décollements entraînant une forte chute du rendement.

1.5.4.2 Grille mobile

Pour l'étude des grilles planes mobiles, on remplacera simplement $\overrightarrow{C}$ par $\overrightarrow{W}$ et ΔC_{gir} par ΔW_{gir}, on obtient alors

$$\left|\overrightarrow{R}\right| = \rho p \Delta W_{gir} W_{moy} \tag{1.55}$$

$$C_{z_{grille}} = \frac{2p}{l}\frac{\Delta W_{gir}}{W_{moy}} \tag{1.56}$$

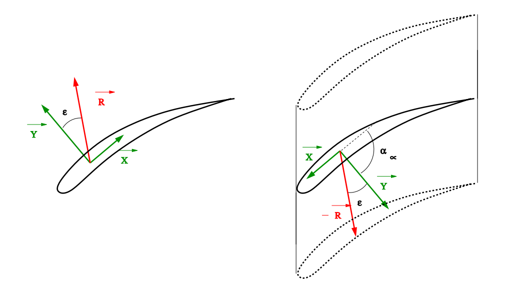


Photo 1.26 – Pertes de charge dans une grille

1.5.4.3 Perte de charge dans une grille plane parallèle

Grille fixe L'écoulement en fluide parfait a mis en évidence une sustentation sans trainée. En introduisant les pertes de charge dans le théorème de Bernoulli on va pouvoir déterminer la trainée du profil. Isolons le profil puis la veine de fluide autour du profil comme indiqué sur la figure 1.26.

X et Y sont respectivement la trainée et la sustentation du profil en écoulement réel. Le théorème d'Euler permet alors d'écrire :

$$q_m(\overrightarrow{C_2} - \overrightarrow{C_1}) = p(P_2 - P_1)\overrightarrow{x} - (\overrightarrow{Y} + \overrightarrow{X}) \tag{1.57}$$

En projection sur les axes, on obtient alors :

$$\begin{cases} q_m(C_2 \sin \alpha_2 - C_1 \sin \alpha_1) = (\rho_1 S_1 - \rho_2 S_2)p + Y \cos \alpha_\infty - X \sin \alpha_\infty = 0 \\ q_m(C_2 \cos \alpha_2 - C_1 \cos \alpha_1) = -Y \sin \alpha_\infty - X \cos \alpha_\infty = -q_m \Delta C_{gir} \end{cases} \tag{1.58}$$

Le théorème de Bernoulli permet alors d'écrire :

$$\varphi_{1\to 2} = \frac{P_1 - P_2}{\rho} - \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \tag{1.59}$$

avec $\varphi_{1\to 2}$ représentant les pertes de charge. D'où on écrit alors :

$$\varphi_{1\to 2} = \frac{-1}{p\rho}[Y \cos \alpha_\infty - X \sin \alpha_\infty] - C_{moy} \Delta C_{gir} \cos \alpha_\infty \tag{1.60}$$

En projetant la relation d'Euler sur l'axe Oy, on obtient alors :

$$Y = -X \cot \alpha_\infty - \rho p C_{moy} \Delta C_{gir} \tag{1.61}$$

soit :

$$\varphi_{1\to 2} = \frac{1}{p\rho}[X \frac{\cos^2 \alpha_\infty}{\sin \alpha_\infty} + X \sin \alpha_\infty] \tag{1.62}$$

et :

$$\varphi_{1\to 2} = \frac{X}{p\rho \sin \alpha_\infty} \tag{1.63}$$

Si on introduit le coefficient de trainée du profil (C_x) tel que $X = \frac{1}{2} C_x \rho S C_{moy}^2$ avec $S = l * 1$, on obtient alors :

$$\varphi_{1\to 2} = \frac{C_x l}{p} \frac{C_{moy}^2}{2 \sin \alpha_\infty} \tag{1.64}$$

Grille mobile $\overrightarrow{C}$ devient $\overrightarrow{W}$, ΔC_{gir} devient ΔW_{gir}, et on obtient alors :

$$\varphi_{1\to 2} = \frac{C_x l}{p} \frac{W_{moy}^2}{2 \sin \beta_\infty} \tag{1.65}$$

1.5.4.4 Ecoulement réel : Expression de la sustentation

On introduit maintenant la définition de la finesse du profil traduite par $\frac{C_z}{C_x} = \cot \varepsilon$ ce qui nous donne $X = Y \tan \varepsilon$.

Grille fixe A partir de l'expression de la projection sur Oy du théorème d'Euler, on obtient :

$$-q_m \Delta C_{gir} = -Y[\sin \alpha_\infty + \cos \alpha_\infty \tan \varepsilon] \quad (1.66)$$

soit :

$$\rho p \sin \alpha_\infty C_{moy} \Delta C_{gir} = Y \frac{\sin(\alpha_\infty + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \quad (1.67)$$

et finalement :

$$Y = \rho p C_{moy} \Delta C_{gir} \frac{\sin \alpha_\infty \cos \varepsilon}{\sin(\alpha_\infty + \varepsilon)} \quad (1.68)$$

En posant alors $Y = \frac{1}{2}\rho(l * 1)C_{moy}^2 C_{z_{grille}}$, on obtient finalement :

$$C_{z_{grille}} = \frac{2p}{l} \frac{\Delta C_{gir}}{C_{moy}} \frac{\sin \alpha_\infty \cos \varepsilon}{\sin(\alpha_\infty + \varepsilon)} \quad (1.69)$$

Grille mobile

$$C_{z_{grille}} = \frac{2p}{l} \frac{\Delta W_{gir}}{W_{moy}} \frac{\sin \beta_\infty \cos \varepsilon}{\sin(\beta_\infty + \varepsilon)} \quad (1.70)$$

1.6 Similitudes dans les turbomachines

Les caractéristiques de fonctionnement d'une turbomachine traduisent les relations fonctionnelles existant entre les différentes variables définissant ce fonctionnement. Pour une machine donnée et un fluide incompressible de masse volumique ρ, ces variables peuvent être :

– hydrauliques : débit volumique q_v, travail ou énergie massique $W_{n_{1\to 2}}$
– mécaniques : vitesse de l'arbre ω_r, puissance externe $\wp$, couple externe $M_z = \frac{\wp}{\omega_r}$
– de rendement : $\eta = \rho q_v \frac{W_n}{\wp}$ (machines génératrices) et $\eta = \frac{\wp}{\rho q_v W_n}$ (machines motrices)
– de réglage interne : dans le cas des turbines hydrauliques ; l'angle α (angle de calage) le degré d'ouverture (géométrique).

Certaines des ces variables sont indépendantes, leur choix est conventionnel et guidé par la pratique. Les propriétés de similitude qui s'appliquent à des machines géométriquement semblables permettent de réduire le nombre des variables de fonctionnement indépendantes en définissant des groupements adimensionnels de variables ou variables réduites.

1.6.1 Conditions générales de similitude

Dans l'étude d'une classe de turbomachines géométriquement semblables, la machine pourra être définie par le rayon de la roue à la sortie (r_2), son fonctionnement sera déterminé par ω_r, q_v, ρ, ν qui sont respectivement la vitesse de rotation, le débit volumique, la masse volumique du fluide et sa viscosité dynamique. La machine étant l'organe mécanique compris entre l'entrée et la sortie, nous pouvons alors faire abstraction des conduites la reliant aux réservoirs situés en amont et en aval. Dans ces conditions, l'écoulement est considéré en charge et la seule condition de similitude que nous devons trouver est la condition de Reynolds ($\Re = \frac{2r^2\omega_r}{\nu}$).

Les données précisées plus haut étant fixées pour un fonctionnement donné, l'intégration des équations du mouvement permettra de calculer les diverses grandeurs mises en jeu telles les différents travaux que nous avons défini antérieurement. On a des relations $f(W_n, r_2, q_m, \nu, \rho_e, p_e) = 0$. Si on choisit alors de fixer comme variables de fonctionnement r_2, ω_r, ρ_e, on peut ainsi former 4 produits sans dimension :

$$\pi_1 = \frac{W_{n_{1\to 2}}}{r_2^{\alpha_1}\omega_r^{\beta_1}\rho_e^{\gamma_1}}, \quad \pi_2 = \frac{q_m}{r_2^{\alpha_2}\omega_r^{\beta_2}\rho_e^{\gamma_2}}, \quad \pi_3 = \frac{\nu}{r_2^{\alpha_3}\omega_r^{\beta_3}\rho_e^{\gamma_3}}, \quad \pi_4 = \frac{p_e}{r_2^{\alpha_4}\omega_r^{\beta_4}\rho_e^{\gamma_4}}$$

L'analyse dimensionnelle du transfert d'énergie $W_{n_{1\to 2}}$ de l'entrée 1 vers la sortie 2 de la machine donne alors les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{cccc} \alpha_1 = 2 & \alpha_2 = 3 & \alpha_3 = 2 & \alpha_4 = 2 \\ \beta_1 = 2 & \beta_2 = 1 & \beta_3 = 1 & \beta_4 = 2 \\ \gamma_1 = 0 & \gamma_2 = 1 & \gamma_3 = 0 & \gamma_4 = 1 \end{array}$$

d'où l'écriture finale des 4 produits sans dimension définis ci-dessus :

$$\pi_1 = \frac{W_{n_{1\to 2}}}{r_2^2\omega_r^2}, \quad \pi_2 = \frac{q_m}{r_2^3\omega_r\rho_e}, \quad \pi_3 = \frac{\nu}{r_2^2\omega_r}, \quad \pi_4 = \frac{p_e}{r_2^2\omega_r^2\rho_e} \tag{1.71}$$

On a ainsi $\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4)$.

Les coefficients π_1 à π_4 correspondent respectivement à :

- π_1 coefficient manométrique (μ_R)
- π_2 facteur de forme, ou coefficient de débit (δ_R)
- π_3 fonction du nombre de Reynolds ($\Re = \frac{R^2\omega_r}{\nu}$)
- π_4 fonction du nombre de Mach ($M = \frac{\omega R}{\sqrt{\frac{p_e}{\rho_e}}}$)

1.6.2 Invariants de Rateau pour les machines à fluide incompressible

Le débit volumétrique étant constant dans les machines à fluide incompressible, on peut alors substituer q_v à $\frac{q_m}{\rho}$ dans les expressions que l'on vient d'énoncer, on a ainsi :

$$\pi_2 = \delta_R = \frac{q_v}{\omega_r r_2^3} = \frac{q_v}{C_{e_2} r_2^2} \tag{1.72}$$

On rapporte également dans l'étude des machines à fluide incompressible l'énergie au Newton de fluide en posant $H_n = \frac{W_{n_{1\to 2}}}{g}$. On obtient alors :

$$\pi_1 = \mu_R = \frac{W_{n_{1\to 2}}}{r_2^2\omega_r^2} = \frac{gH_n}{C_{e_2}^2} \tag{1.73}$$

L'influence du nombre de Reynolds est généralement négligée dans l'étude des turbomachines car la zone d'étude est en grande turbulence. De même, la condition de Mach n'intervient pas lorsqu'on se situe dans l'étude des fluides incompressibles. On a alors généralement la relation suivante :

$$\mu_R = f(\delta_R) \tag{1.74}$$

Les rendements des turbomachines sont :

$\eta = \frac{W_{n_{1\to 2}}}{W_{a_{1\to 2}}}$ pour les machines génératrices

$\eta = \frac{W_{a_{1\to 2}}}{W_{n_{1\to 2}}}$ pour les machines motrices

Or, on sait que $W_{n_{1\to2}} = W_{i_{1\to2}} + W_{f_{1\to2}} = f(\mu_R) = f(\delta_R)$ et $W_{i_{1\to2}} = W_{a_{1\to2}} - W_{m_{1\to2}} = f(\delta_R)$ si on néglige $W_{m_{1\to2}}$. On a alors l'expression du rendement $\eta = f(W_{n_{1\to2}}, W_{a_{1\to2}})$ qui se met sous la forme :

$$\eta = f(\delta_R) \tag{1.75}$$

Remarque : Pour un écoulement en régime permanent, les pertes de charge dans les turbomachines dépendent de la rugosité qui elle même dépend des facteurs d'échelle et de forme (δ_R). De ce fait, la rugosité des parois n'étant pas conservée entre une maquette et une machine réelle, le rendement n'est pas toujours identique pour des fonctionnements semblables. On peut alors utiliser des relations de correction.

D'autres coefficients de forme sont utilisés, parmi lesquels on peut citer :

- coefficient de vitesse $\frac{C}{\sqrt{2gH}}; \frac{C_e}{\sqrt{2gH}}$
- coefficient de couple $\gamma_R = \frac{M_z}{\rho_e \omega_r^2 r_2^5} = f(\delta_R)$
- coefficient de puissance $\tau_R = \frac{\wp}{\rho_e \omega_r^3 r_2^5} = f(\delta_R)$

1.6.3 Fonctionnements semblables en fluide incompressible

Considérons deux machines géométriquement semblables et ayant le même rendement. Les différents coefficients que nous venons de définir évoluent ainsi :

- q_v varie comme ω_r et r_2^3 : le débit est proportionnel à la vitesse de rotation et au cube du rayon
- H_n varie comme ω_R^2 et r_2^2 : la hauteur manométrique est proportionnelle aux carrés de la vitesse de rotation et du rayon. On appele hauteur manométrique la hauteur à laquelle une pompe peut de par sa conception et sa puissance élever un fluide. Cette hauteur est représentative de l'énergie échangée entre la roue mobile et le fluide en tenant compte des pertes mécaniques.
- $\wp$ varie comme ρ, ω_R^3 et r_2^5 : la puissance sur l'arbre est proportionnelle au cube de la vitesse de rotation, à la puissance 5 du rayon de la roue et à la masse volumique.
- M_z varie comme ρ, ω_R^2 et r_2^5 : le couple méanique sur l'arbre est proportionnel au carré de la vitesse de rotation, à la puissance 5 du rayon de la roue et à la masse volumique.

1.6.3.1 Même machine, même fluide, vitesse différente

Avec ces nouvelles hypothèses pour les points de fonctionnement semblables, on a :

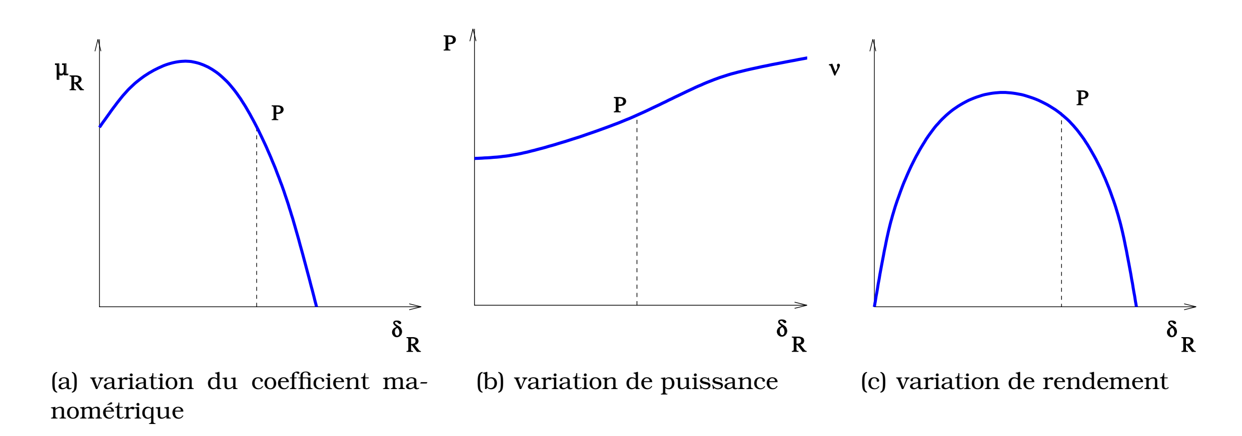
- q_v varie comme ω_r
- H_n, W_n, M_z varient comme ω_R^2
- $\wp$ varie comme ω_R^3

On peut donc dire de manière équivalente que H_n varie comme q_v^2 et $\wp$ varie comme q_v^3. On a alors sur les courbes caractéristiques de la machine un point de fonctionnement P correspondant à une même abscisse δ_R .

En considérant maintenant les courbes $H_n = f(q_v)$ obtenues pour différentes vitesses de rotation de la machine, on peut alors ramener le point P obtenu sur la courbe $\mu_R = f(\delta_R)$ et obtenir différentes relations entre les paramètres.

On a alors à partir des coefficients de Rateau :

- $\delta_R = Cte \Longrightarrow \frac{q_{v1}}{\omega_1} = \frac{q_{v2}}{\omega_2} = \frac{q_{v3}}{\omega_3} = \frac{q_v}{\omega} = Cte$
- $\mu_R = Cte \Longrightarrow \frac{H_1}{\omega_1^2} = \frac{H_2}{\omega_2^2} = \frac{H_3}{\omega_3^2} = \frac{H}{\omega^2} = Cte$



(a) variation du coefficient manométrique

(b) variation de puissance

(c) variation de rendement

Photo 1.27 – Courbes caractéristiques d'une machine

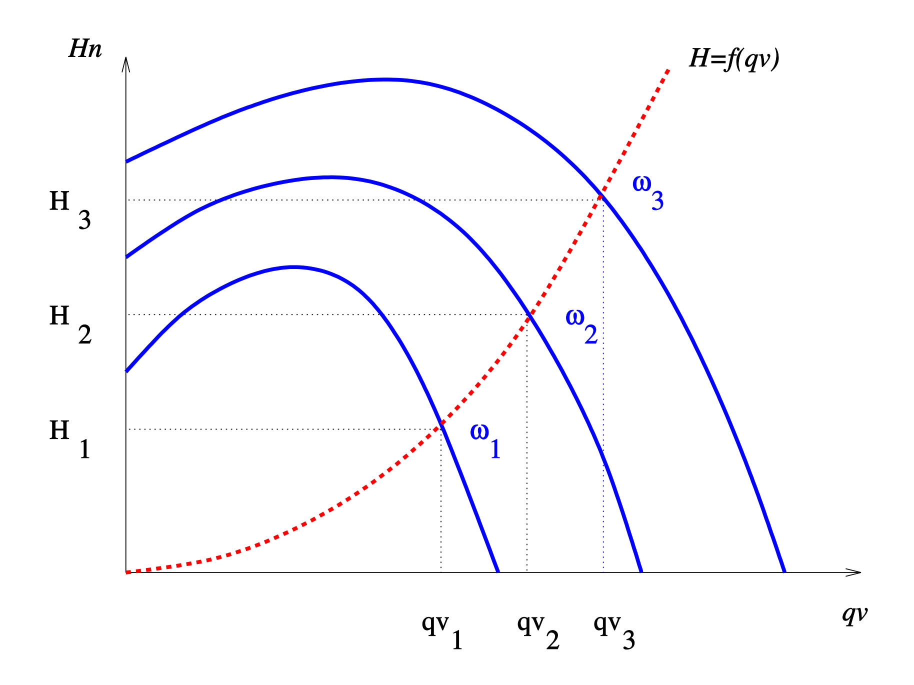


Photo 1.28 – Similitudes pour une machine

Soit finalement l'expression suivante :

$$H_n = kq_v^2 \tag{1.76}$$

équation d'une parabole qui correspond aux lieux des points de fonctionnement semblables comme indiqué sur la figure 1.28.

1.6.3.2 Machine géométriquement semblable, même fluide, même vitesse

Dans ce cas, on a alors $\omega_r = Cte$ et $\rho_e = Cte$

- q_v varie comme r_2^3
- H_n et W_n varient comme r_2^2
- $\wp$ et M_z varient comme r_2^5

On procèdera de même à la seule différence que maintenant les courbes sont obtenues pour des diamètres de roue différents à vitesse constante.

1.6.3.3 Vitesse spécifique

Les produits π_i que nous venons de définir sont des coefficients sans dimension, qui dépendent des facteurs que l'on a pris en compte dans le fonctionnement de la machine. Pour l'étude de 2 machines géométriquement semblables en fonctionnement semblable, ces termes π_i sont toujours égaux 2 à 2. On peut imaginer d'autres combinaisons sans dimensions et certaines ne contenant pas r_2 sont particulièrement intéressantes comme par exemple :

$$\frac{\delta_R^2}{\mu_R^3} = \frac{\omega_r^4 q_v^2}{(gHn)^3} \tag{1.77}$$

Nous avons ainsi fait disparaître le terme r_2. L'expression $\left(\frac{\delta_R^2}{\mu_R^3}\right)^{\frac{1}{4}}$ joue un rôle particulier auprès des constructeurs de turbomachines. On l'appelle le nombre de tour spécifique ou vitesse spécifique, et on la note :

$$N_s = \frac{Nqv^{\frac{1}{2}}}{(gH_n)^{\frac{3}{4}}} \tag{1.78}$$

où N est le nombre de tours par seconde.

Remarque : Cette expression est généralisée pour l'étude des pompes. Lorsque l'on travaille sur les turbines, on fait plutot intervenir la puissance ($\wp = \rho g q_v H$) reçue sur l'arbre :

$$N_s = \frac{N\wp^{\frac{1}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}}(gH)^{\frac{5}{4}}} \tag{1.79}$$

1.6.4 Similitude de fonctionnement en fluide compressible

La relation $\mu_R = f(\delta_R, M)$ que l'on peut également écrire sous la forme

$$\frac{W_{n_{1\to 2}}}{\omega_r^2 r_2^2} = f\left(\frac{q_m}{\rho_e \omega_r r_2^3}, \frac{r_2\omega_r}{\sqrt{\frac{p_e}{\rho_e}}}\right) \tag{1.80}$$

montre que les caractéristiques d'une famille de machines géométriquement semblables ne peuvent se réduire qu'à une famille de courbes du type de celle présentée sur la figure 1.29.

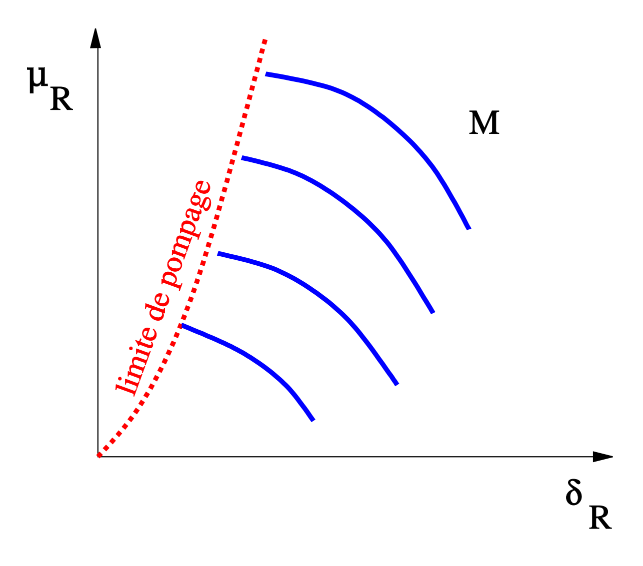


Photo 1.29 – Courbe $\mu_R = f(\delta_R, M)$

Ces courbes sont tracées dans la zone de fonctionnement stable limitée par le phénomène de pompage que nous mettrons en évidence lors de l'étude des compresseurs.

D'autres variables réduites sont utilisées pour les machines à fluide compressible. Ainsi $\omega_r r_2$ varie comme $\sqrt{\frac{p_e}{\rho_e}}$ en fonctionnement semblable. On peut alors remplacer une de ces expression par l'autre dans l'écriture du coefficient de débit, soit

$$\frac{q_m}{\rho_e \omega_r r_2^3} \simeq \frac{q_m}{\rho_e r_2^2 \sqrt{\frac{p_e}{\rho_e}}} = \frac{q_m \sqrt{\frac{p_e}{\rho_e}}}{p_e r_2^2} \tag{1.81}$$

Le travail net varie aux variations d'énergie cinétique et aux pertes près comme

$$W_{T_{1\to 2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho}$$

qui varie en fonctionnement semblable comme $\frac{p_s - p_e}{\rho_e}$ ou $\frac{p_s}{p_e}$. On a en effet $(\omega_r r_2)^2 = f\left(\frac{p_e}{\rho_e}\right)$. D'où on écrit alors :

$$\frac{p_s}{p_e} = f\left(\frac{q_m \sqrt{\frac{p_e}{\rho_e}}}{p_e r_2^2}, \frac{r_2 \omega_r}{\sqrt{\frac{p_e}{\rho_e}}}\right) \tag{1.82}$$

ou

$$\frac{p_s}{p_e} = f\left(\frac{q_m \sqrt{r T_e}}{p_e D^2}, \frac{N D}{\sqrt{r T_e}}\right) \tag{1.83}$$

Remarques :

- Les relations que nous venons d'établir pour les similitudes de fonctionnement en fluide compressible peuvent être écrites entre l'entrée et la sortie d'un étage de tubomachine, voire d'une roue.
- Le travail de compression qui intervient dans le calcul de $W_{n_{1\to 2}}$ peut être adiabatique, polytropique... Il faudra alors le préciser lors de l'étude.
- Pour les machines axiales on utilise habituellement le rayon moyen de la roue au lieu de la dimension r_2.
- Enfin, on peut également utiliser le coefficient de vitesse axiale $\nu = \frac{C_{ax}}{C_e}$ pour l'étude des machines axiales.

- Chapitre 2 -

Machines génératrices

2.1 Etude générale, compression du fluide

L'énergie mécanique apportée au fluide par la machine est généralement transformée en énergie cinétique ($\frac{1}{2}C^2$) et en énergie potentielle ($\frac{p}{\rho} + gz$).

Pour l'étude des pompes (fluide incompressible) servant à transvaser un liquide d'un réservoir amont vers un réservoir aval, l'énergie mécanique sert à vaincre les différences de niveau voire de pression. Dans ce cas, l'énergie potentielle est largement plus désirée.

Pour l'étude des compresseurs (fluide compressible) servant à gonfler un réservoir aval, l'énergie cinétique du fluide est utilisée d'autant plus que l'on néglige les effets de pesanteur sur un fluide compressible.

2.1.1 Compression des liquides

Le transfert d'énergie dans un écoulement met en évidence une énergie mécanique et une énergie thermique qui est d'ailleurs très souvent négligée car la chaleur dégagée par les frottements visqueux est très faible.

2.1.1.1 Bilan énergétiques

Le travail net de transvasement peut se mettre sous la forme :

$$W_{T_{1\to 2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} \tag{2.1}$$

Le travail indiqué a pour expression : $W_{i_{1\to 2}} = W_{n_{1\to 2}} - W_{f_{1\to 2}}$ d'où :

$$W_{i_{1\to 2}} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}\left(C_2^2 - C_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right) - W_{f_{1\to 2}} \tag{2.2}$$

Pour les liquides, on fera très souvent les bilans énergétiques en hauteur de fluide, c'est à dire en travail rapporté au Newton. On définit ainsi :

- $H_n = \frac{W_{n_{1\to 2}}}{g}$: la hauteur nette en J/N ou en m
- $H_{th} = \frac{W_{i_{1\to 2}}}{g}$: la hauteur théorique de fluide.

On peut alors écrire :

$$H_{th} = \frac{1}{2g}\left((C_2^2 - C_1^2) + (C_{e_2}^2 - C_{e_1}^2) - (W_2^2 - W_1^2)\right) \tag{2.3}$$

Dans le cas des machines génératrices, nous avons vu précédemment que les travaux nets et indiqués sont positifs. Les expressions que nous venons d'écrire sont issues de la théorie d'Euler :

- Couple exercé par la roue sur le fluide : $M_z = q_m\left(r_2 C_{gir_2} - r_1 C_{gir_1}\right)$
- Puissance théorique reçue par le fluide : $\wp = q_m\left(C_{e_2} C_{gir_2} - C_{e_1} C_{gir_1}\right)$

On peut remarquer que la hauteur théorique de fluide n'est pas l'énergie totalement reçue par le fluide entre l'entrée et la sortie de la machine. On a ainsi :

$$H_{th} = H_n + \Sigma pertes\, internes \tag{2.4}$$

2.1.1.2 Rendements

- Le rendement global d'une pompe est défini par :

$$\eta_{gl} = \frac{q_m W_{n_{1\to 2}}}{\wp_a} = \frac{\rho g q_v H_n}{\wp_a} \tag{2.5}$$

  où $\wp_a$ est la puissance sur l'arbre. $\wp_a = M_{z_a}\omega_r$
- Le rendement interne de la pompe est le rapport entre la hauteur nette et la hauteur théorique :

$$\eta_{int} = \frac{H_n}{H_{th}} \tag{2.6}$$

  également appelé rendement hydraulique ou rendement manométrique.

2.1.1.3 Réseaux de pompage

On retrouve généralement sur un réseau de pompage une conduite d'aspiration et une conduite de refoulement. On définit ainsi une hauteur nette d'aspiration et une hauteur de refoulement nommées respectivement H_a et H_r. La somme de ces deux hauteurs et des dimensions de la machine est la hauteur géométrique (dans un repère centré sur la pompe) :

$$H_g = H_a + H_r + z_s - z_e$$

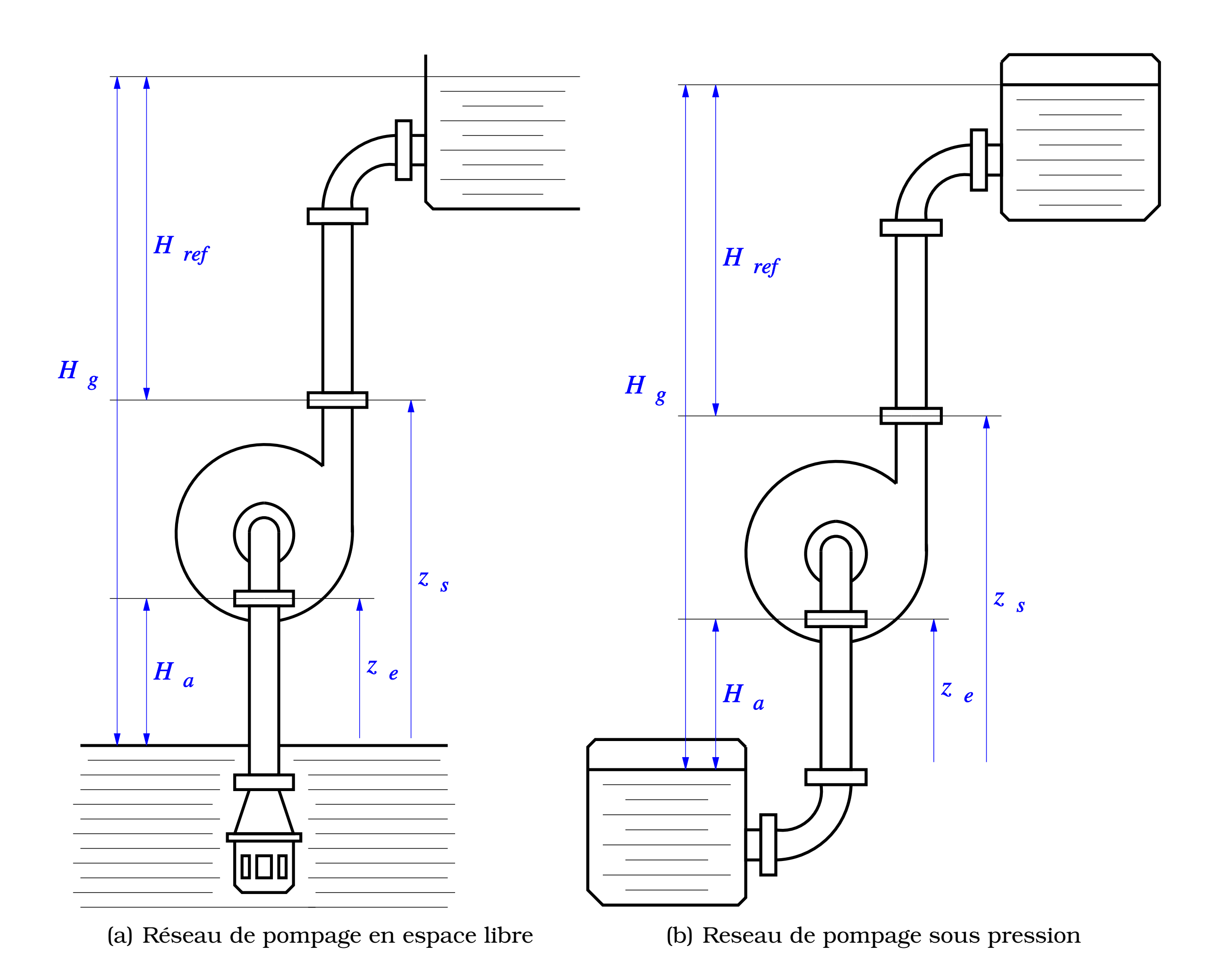
où z_s et z_e sont les côtes d'entrée et de sortie de la machine comme indiqué sur la figure 2.1.

Dans le cas de la figure 2.1(a) d'un pompage en espace libre, l'énergie à fournir au fluide est égale à la hauteur géométrique. La hauteur utile de liquide H_u est égale à H_g. Si les réservoirs amont et aval sont sous pression (cas illustré sur la figure 2.1(b)), la pompe doit vaincre la différence de pression et la hauteur utile devient alors :

$$H_u = H_g + \frac{p_{aval} - p_{amont}}{\rho g} \tag{2.7}$$

Si on fait maintenant intervenir les pertes entre l'amont et l'aval de la pompe, on obtient :

$$H_u = H_n - (\varphi_{amont\to e} + \varphi_{s\to aval}) \tag{2.8}$$



(a) Réseau de pompage en espace libre (b) Reseau de pompage sous pression

Photo 2.1 – Réseaux de pompage libre et sous-pression

Remarque : Dans un réseau de pompage, la pompe doit fournir au fluide une énergie égale à la hauteur nette. Cette hauteur est également appelée hauteur résistante H_r du réseau. On a alors :

$$H_r = H_n = H_u + \varphi_{amont \to e} + \varphi_{s \to aval} \tag{2.9}$$

avec :

$$\begin{cases} H_u = H_g & \text{système libre} \\ H_u = H_g + \frac{p_{aval} - p_{amont}}{\rho g} & \text{système sous pression} \end{cases} \tag{2.10}$$

2.1.1.4 Cavitation d'une pompe

La cavitation d'une pompe se caractérise par la formation de bulles ou de poches de vapeur dues à l'ébullition provoquée par une chute brutale de la pression locale. Ce phénomène risque de se produire si pour une hauteur géométrique donnée on augmente trop la hauteur d'aspiration.

La cavitation d'une pompe est caractérisée par l'apparition de bruits et de vibrations, et il en résulte une chute considérable des caractéristiques hauteur/débit et rendement/débit et une altération de la pompe (érosion des aubes) si la pompe cavite durant un temps assez important.

2.1.1.5 Charge nette à l'aspiration

La cavitation d'une pompe se produit dans la zone où la dépression est maximale. On peut alors appliquer le théorème de Bernoulli entre l'entrée de la pompe (1) et le point M (où la dépression est maximale, en, général proche du bord d'attaque sur l'extrados de l'aube comme indiqué sur la figure 2.2).

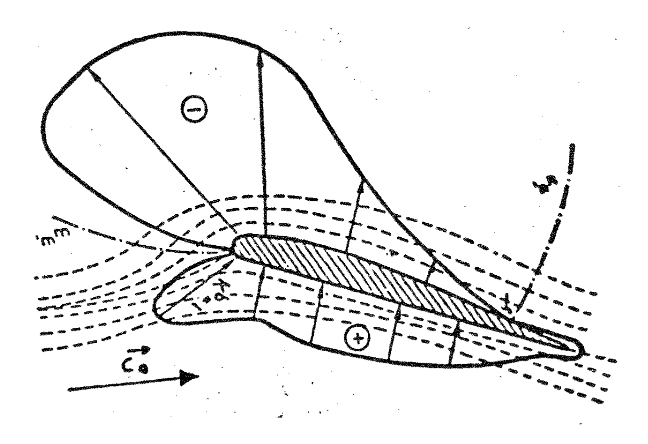


Photo 2.2 – Profil des pressions autour d'une aube

On écrit alors :

$$\frac{p_M - p_1}{\rho} + g(z_M - z_1) + \frac{1}{2}(C_M^2 - C_1^2) = -\varphi_{1\to M} + W_{n_{1\to M}} \quad (2.11)$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{p_M - p_{sv}}{\rho g} = \frac{p_1 - p_{sv}}{\rho g} - (z_M - z_1) - \frac{1}{2g}(C_M^2 - C_1^2) - \varphi_{1\to M} \quad (2.12)$$

où p_{sv} est la tension de vapeur saturante ; nom donné à la pression d'initiation du phénomène de cavitation. De l'équation précédente on déduit que la pompe ne cavitera pas si $p_M > p_{sv}$ soit :

$$\underbrace{\frac{p_1 - p_{sv}}{\rho g} + \frac{C_1^2}{2g}}_{\text{charge nette à l'aspiration}} > \underbrace{\frac{C_M^2}{2g} + z_M - z_1 + \varphi_{1\to M}}_{\text{charge minimale à l'aspiration}} \quad (2.13)$$

La charge nette à l'aspiration qui porte également le nom de $N.P.S.H_{disponible}$ (Net Positive Suction Head) dépend de ce qui se passe en amont de la pompe, la charge minimale à l'aspiration ($N.P.S.H_{requis}$) est fonction de l'écoulement dans la pompe.

2.1.2 Compression des gaz

2.1.2.1 Bilans énergétiques

A partir des théorèmes de l'énergie cinétique et du Premier Principe de la Thermodynamique, nous avons mis en place différentes relations permettant de calculer :

Le travail net :

$$W_{n_{1\to 2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) \quad (2.14)$$

la variation d'énergie potentielle est négligée pour les gaz.

Le travail indiqué :

$$W_{i_{1\to 2}} = W_{n_{1\to 2}} - W_{f_{1\to 2}} \quad (2.15)$$

Le travail sur l'arbre :

$$W_{a_{1\to 2}} = W_{i_{1\to 2}} - W_{m_{1\to 2}} \quad (2.16)$$

2.1.2.2 Rendements

Comme dans le cas des pompes (fluide incompressible), le rendement global prend la forme :

$$\eta_{gl} = \frac{q_m W_{n_{1\to2}}}{\wp_a} \tag{2.17}$$

où $\wp_a$ est la puissance sur l'arbre dont l'expression est en négligeant les fuites : $\wp_a = q_m W_{a_{1\to2}}$. Ce qui permet d'écrire :

$$\eta_{gl} = \frac{W_{n_{1\to2}}}{W_{a_{1\to2}}} = \frac{\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)}{W_{a_{1\to2}}} \tag{2.18}$$

Le calcul du rendement est très difficile à effectuer car le travail net et notamment la partie liée au travail de transvasement ($\int_1^2 \frac{dp}{\rho}$) est peu évidente à calculer. En effet, le lien entre p et ρ n'est pas évaluable en transformation réelle : On sera alors amené à calculer des rendements pour des évolutions types :

- Evolution adiabatique réversible (SQ)
- Evolution isotherme réversible (Θ)
- Evolution polytropique (k)

Evolution adiabatique réversible L'évolution adiabatique réversible est l'évolution associée aux compressions et aux détentes dans les turbomachines. Cette évolution est caractérisée par $Q_{e_{1\to2}} = Q_{f_{1\to2}} = 0$ avec $Q_{e_{1\to2}}$ représentant le travail mécanique dissipé en chaleur et $Q_{f_{1\to2}}$ le travail visqueux dissipé en chaleur. On a pour cette évolution en fluide quelconque :

$$W_{SQ_{1\to2}} = -\int_1^2 pdv = U_2 - U_1 \tag{2.19}$$

$$W_{T_{SQ_{1\to2}}} = \int_1^2 vdp = H_2 - H_1 \tag{2.20}$$

On a alors pour un compresseur un rendement global donné par :

$$\eta_{gl} = \frac{W_{n_{1\to2}}}{W_{a_{1\to2}}} = \frac{\int_1^{2'} \frac{dp}{\rho}\Big|_{SQ} + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)}{W_{a_{1\to2}}} \tag{2.21}$$

On obtient alors le rendement inetrne :

$$\eta_{i_{SQ}} = \frac{\int_1^{2'} \frac{dp}{\rho}\Big|_{SQ} + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)}{W_{i_{1\to2}}} \tag{2.22}$$

avec $W_{i_{1\to2}} = H_2 - H_1 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) - Q_{e_{1\to2}}$ dans lequel $Q_{e_{1\to2}} = 0$.

On peut négliger la variation d'énergie cinétique qui est généralement faible, et on aboutit à une valeur approchée par excès du rendement adiabatique :

$$\eta_{i_{SQ}} = \frac{\int_1^{2'} \frac{dp}{\rho}\Big|_{SQ}}{H_2 - H_1} = \frac{\Delta H_{SQ}}{\Delta H} \tag{2.23}$$

Ces rendements sont des valeurs aprochées des rendements des compresseurs et des turbines. Ces rendements peuvent naturellement être calculés sur chacun des étages de la turbine.

Nota : Si le fluide mis en jeu lors de la compression ou de la détente peut être considéré comme parfait ($pv = rT = Cte$), on aura alors :

$$\eta_{i_{SQ}} = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1} \text{ en compression} \quad (2.24)$$

$$\eta_{i_{SQ}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2' - T_1} \text{ en détente} \quad (2.25)$$

Evolution isotherme réversible L'évolution isotherme réversible (Θ) est une évolution théorique où $T = Cte$ et $Q_{f_{1\to1}} = 0$. On utilise cette évolution pour l'étude des compression refroidies ou des détentes réchauffées. On a lors de cette évolution pour les fluides quelconques :

$$W_{\Theta_{1\to2}} = -\int_1^2 pdv = U_2 - U_1 - Q_{e_{1\to1}} \quad (2.26)$$

$$W_{T_{\Theta_{1\to2}}} = \int_1^2 vdp = H_2 - H_1 - Q_{e_{1\to1}} \quad (2.27)$$

avec $Q_{e_{1\to1}} = T(S_2 - S_1)$ et S_i représentant l'entropie du fluide.

Si le fluide mis en jeu lors de la compression ou de la détente peut être considéré comme parfait ($pv = rT = Cte$), on aura alors $U_2 = U_1$ et $H_2 = H_1$ soit :

$$W_{\Theta_{1\to2}} = W_{T_{\Theta_{1\to2}}} = -Q_{e_{1\to1}} = rT \ln \frac{p_2}{p_1} = rT \ln \frac{v_1}{v_2} \quad (2.28)$$

On a alors le rendment global donné par :

$$\eta_{gl_\Theta} = \frac{W_{T_{1\to2}} + \Delta E_c}{W_{a_{1\to2}}} = \frac{rT \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)}{W_{a_{1\to2}}} \quad (2.29)$$

Evolution polytropique L'évolution polytropique est une évolution théorique réversible caractérisée par $pv^k = Cte$, $Q_{f_{1\to1}} = 0$ et $Q_{e_{1\to1}} \neq 0$. On a alors pour cette évolution :

$$W_{k_{1\to2}} = -\int_1^2 pdv = \frac{r}{k-1}(T_2 - T_1) \quad (2.30)$$

$$W_{T_{k_{1\to2}}} = \int_1^2 vdp = \frac{rk}{k-1}(T_2 - T_1) \quad (2.31)$$

avec $Q_{e_{1\to1}} = H_2 - H_1 - W_{k_{1\to2}}$. L'évolution k est associée à une évolution réelle, les deux évolutions ayant les mêmes points de départ et d'arrivée, on introduit alors la notion de coefficient k pour l'évolution polytropique associée :

$$\frac{k-1}{k} = \frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1}} \quad (2.32)$$

On définit alors le rendement global lors de l'évolution k par :

$$\eta_{gl_k} = \frac{\int_1^{2'} \frac{dp}{\rho}\Big|_k + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)}{W_{a_{1\to2}}} = \frac{\frac{k-1}{k}}{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.33)$$

Ce rendement obtenu en associant à l'évolution k une évolution SQ est déterminé en faisant les mêmes hypothèses qu'au paragraphe précédent, c'est à dire en considérant que la variation d'énergie cinétique est négligeable.

2.1.2.3 Pompage des compresseurs

Le phénomène de pompage des compresseurs se manifeste lorsque le débit de la machine descend en dessous d'une certaine valeur en fonction de la vitesse de rotation. Le pompage est caractérisé par des variations importantes du débit et de la pression du fluide. Ceci génère des oscillations sur la machine qui peuvent conduire à sa détérioration.

Pour éviter le pompage d'un compresseur, il faut le faire travailler en régime stable, c'est à dire trouver le bon compromis entre la caractéristique du compresseur et la caractéristique du circuit de fluide. En effet le compresseur peut se trouver dans un réseau composé d'une conduite, d'un réservoir, voire des deux. Ce phénomène de pompage se retrouvera dans le cas des turbomoteurs et turboréacteurs.

2.2 Pompes et ventilateurs centrifuges

Les pompes et ventilateurs centrifuges sont composés de différents éléments entre l'aspiration (e) et la sortie (s). On retrouve ainsi sur la figure 2.3 les éléments suivants :

– L'entrée e : aspiration
– La roue mobile : rotation à la vitesse angulaire ω_r
– Le diffuseur : réduit la vitesse en sortie de roue
– La volute : canalise le fluide vers la sortie s.

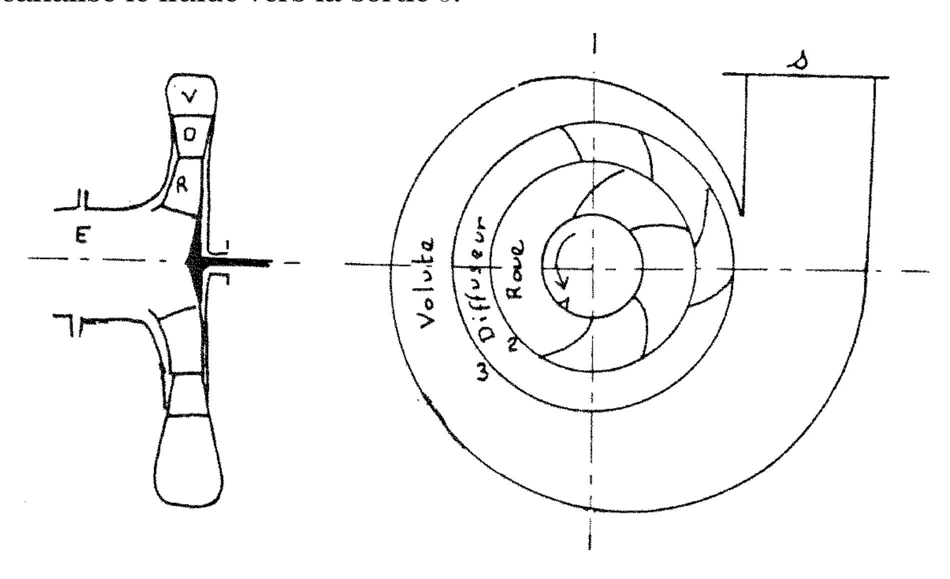


Photo 2.3 – Eléments constitutifs d'une pompe centrifuge

Sur les figures ci-après, on présente un ensemble de pompes centrifuges mono ou multi-cellulaires.

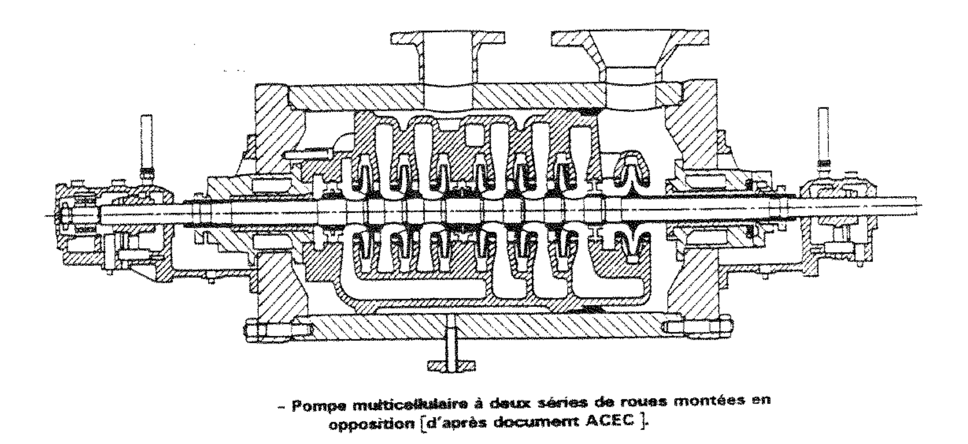


Photo 2.4 – Pompe multi-cellulaire à deux séries de roues montées en opposition

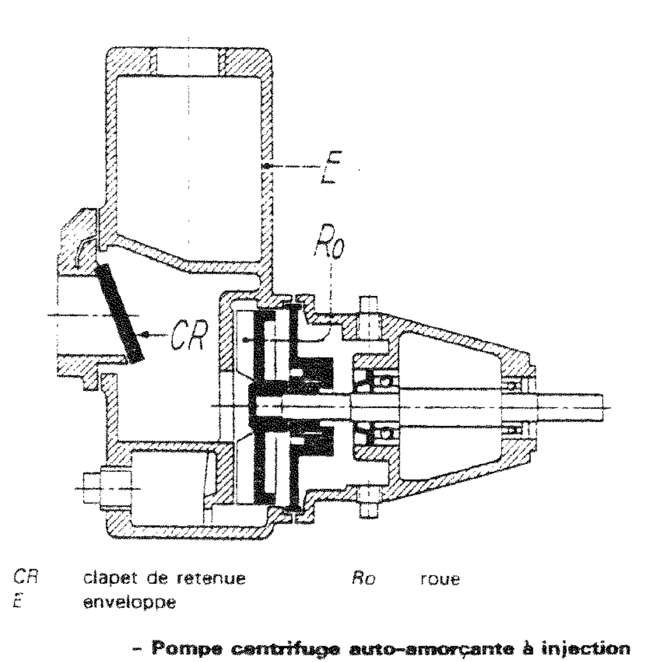


Photo 2.5 – Pompe centrifuge auto-amorçante à injection

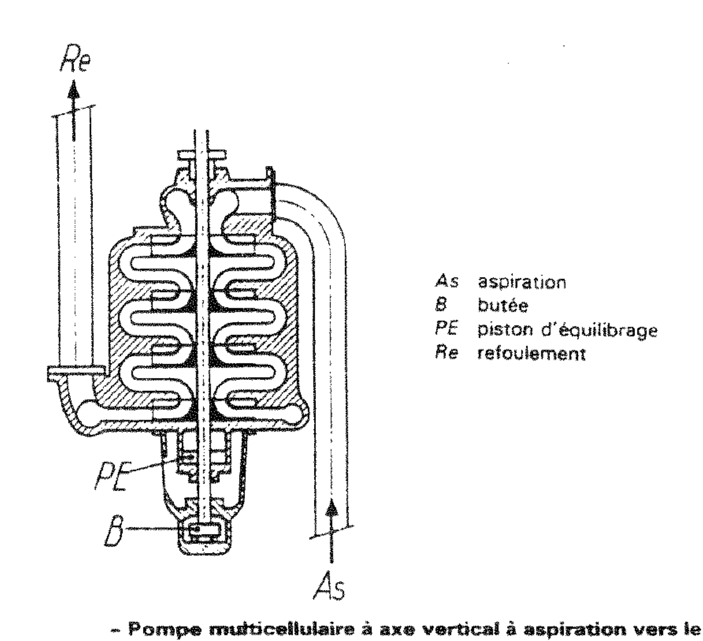


Photo 2.6 – Pompe multi-cellulaire à axe vertical à aspiration vers le haut et refoulement vers le bas

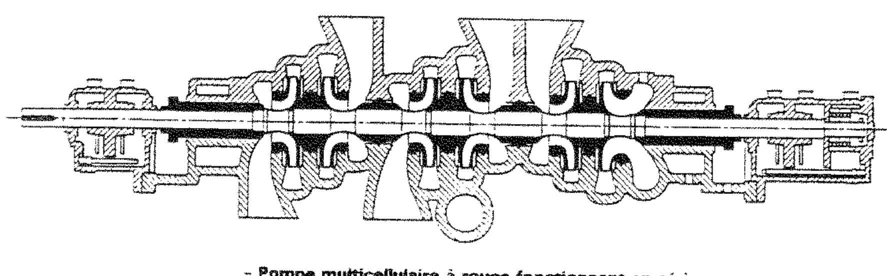
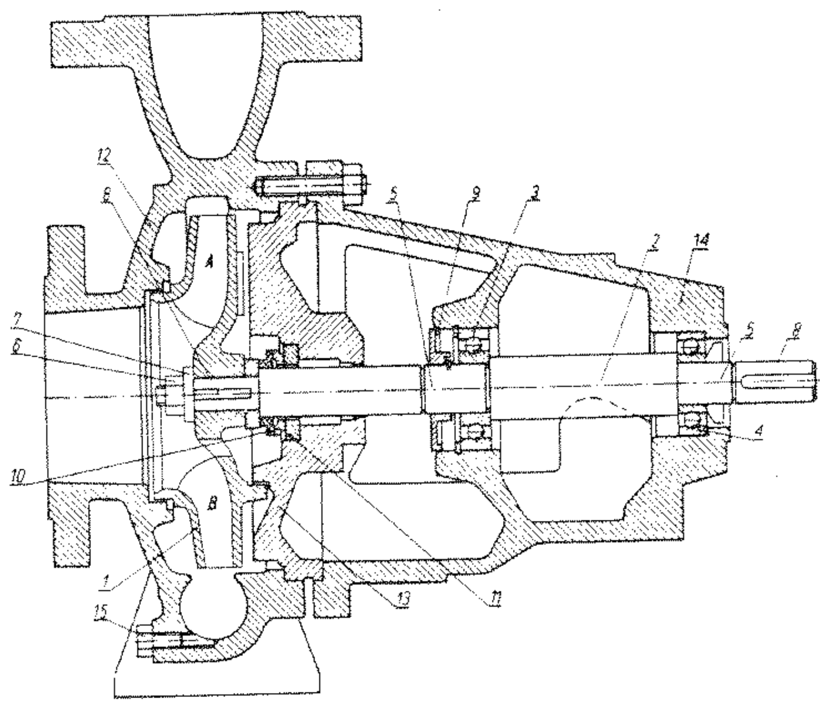


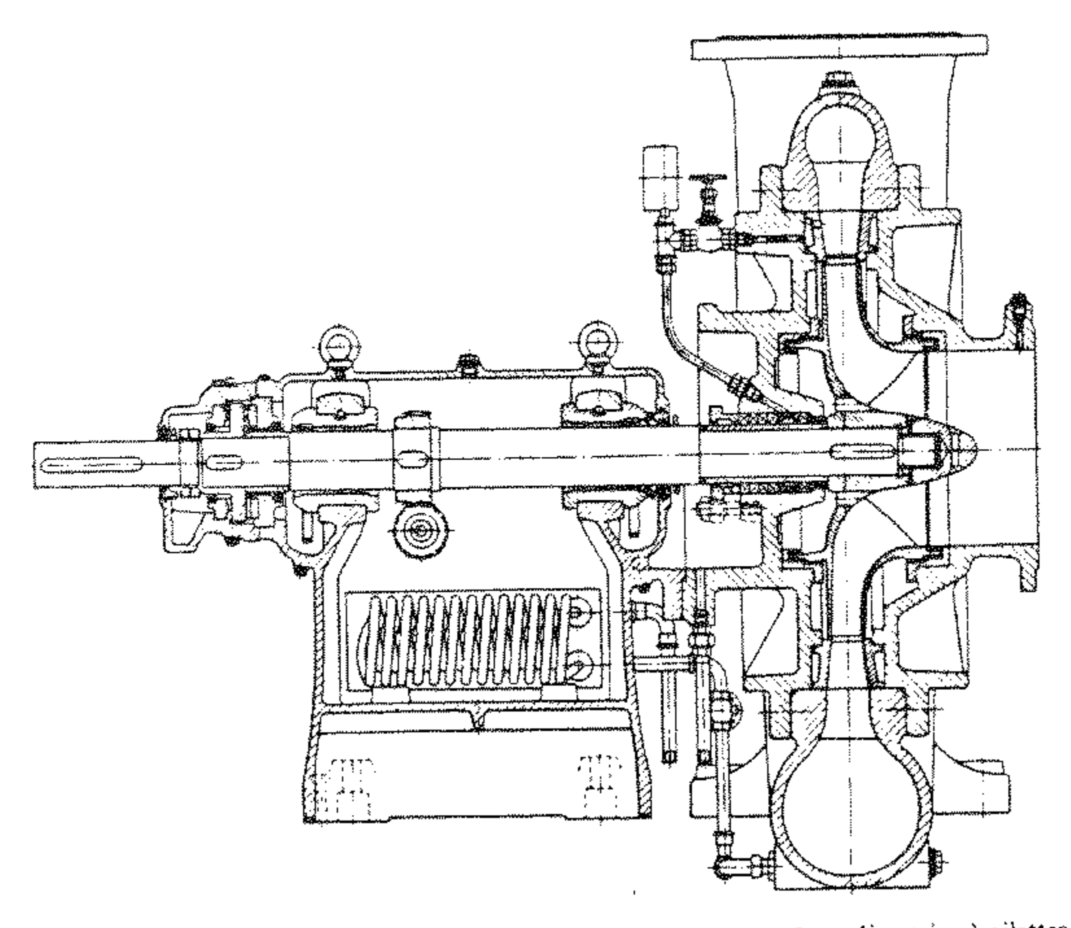
Photo 2.7 – Pompe multi-cellulaire à roues en série et opposées par paires



Pompe centrifuge horizontale à un étage avec roue à une ouïe et volute spirale, conforme aux normes NFE 44, 121 et DIN 24.256 pour liquides divers (Guinard)
Paramètres de fonctionnement : $Q \leq 250$ m^3/h, $H \leq 130$ m, $t \leq 300$°C

1 — roue, *2* — arbre, *3* — roulement, côté garniture, *4* — roulement axiale, côté commande, *5* — graisseur de roulement, *6* — écrou de blocage, *7* — rondelle d'écrou, *8* — clavette, *9* — déflecteur, *10* — presse-étoupe, *11* — bague fixe, *12* — corps de pompe, *13* — fond de boîte de garniture, *14* — corps de palier, *15* — bouchon de vidange

Photo 2.8 – Pompe centrifuge horizontale à un étage



Pompe centrifuge horizontale à un étage avec roue à une ouïe et directrice à ailettes, pour forts débits et grandes hauteurs d'élévation (KSB, type HE)
Paramètres de fonctionnement : $Q = 2{,}0\text{-}60{,}0$ m³/mn $H = 32\text{-}150$ m, $n = 1470$ tr/mn ou 980 tr/mn

Photo 2.9 – Pompe centrifuge horizontale à un étage

2.2.1 Rôle du diffuseur sur l'écoulement

Nous avons vu au chapitre 1 que dans une machine génératrice, l'organe fixe était situé après l'organe mobile. Dans une pompe centrifuge on a alors une arrivée axiale du fluide sans perturbation soit un angle $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ ce qui implique que $C_{gir_1} = 0$. On peut alors tracer le diagramme des vitesses entre l'entrée (1) et la sortie (2) de l'organe mobile comme indiqué sur la figure 2.10.

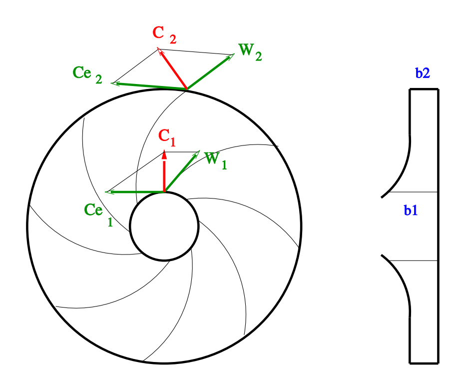


Photo 2.10 – Diagramme des vitesses dans la roue

On a alors $H_{th} = \frac{C_{e_2} C_{gir_2}}{g}$ et $q_v = \pi D_1 b_1 C_{m_1} = \pi D_2 b_2 C_{m_2}$. Le fluide sort donc de la roue avec une vitesse $\overrightarrow{C_2} = \overrightarrow{C_{e_2}} + \overrightarrow{W_2}$. On retrouve cette vitesse à l'entrée (2) du diffuseur où le fluide va être transformé jusqu'à la sortie (3). De par la construction des pompes centrifuges, on a toujours $D_3 > D_2$ et $b_3 \geq b_2$.

La conservation du débit dans la pompe permet d'écrire entre l'entrée (2) et la sortie (3) du diffuseur la relation :

$$q_v = \pi D_3 b_3 C_{m_3} = \pi D_2 b_2 C_{m_2}$$

On en déduit alors que la vitesse de sortie C_{m_3} est inférieure à la vitesse d'entrée dans le diffuseur C_{m_2}. Le diffuseur a donc un rôle de réducteur de vitesse, ce qui se traduit par une augmentation de la pression du fluide.

Remarque : Si le diffuseur ne comporte pas d'aubages, on aura $r_2 C_{gir_2} = r_3 C_{gir_3}$ ce qui montre également la réduction de vitesse dans le diffuseur.

On peut déterminer l'évolution des pressions dans la pompe qui se traduit comme suit :

- p_s pression d'aspiration
- p_1 pression à l'entrée de la roue
- p_2 pression à la sortie de la roue et en entrée du diffuseur
- p_3 pression en sortie de diffuseur

En appliquant le théorème de Bernoulli entre les différents points, on obtient :

$$\frac{\Delta p}{\rho} + \Delta E_c = W_{n_{a \to b}} - \varphi_{a \to b} \tag{2.34}$$

en négligeant ΔE_p.

Entre 0 et 1 : on a alors :

$$\frac{p_1 - p_0}{\rho} + \frac{1}{2}(C_1^2 - C_0^2) = W_{n_{0 \to 1}} - \varphi_{0 \to 1} \tag{2.35}$$

Or on a $C_0 = 0$, $W_{n_{0 \to 1}} = 0$ car pas de machine entre 0 et 1, et $\varphi_{0 \to 1} = 0$ par hypothèse, en ramenant alors l'expression au Newton, on obtient :

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} - \frac{C_1^2}{2g} \tag{2.36}$$

Entre 1 et 2 : on a :

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + H_{th} - \varphi_{1\rightarrow 2} - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \tag{2.37}$$

Entre 2 et 3 : on a :

$$\frac{p_3}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} - \varphi_{2\rightarrow 3} - \frac{C_3^2 - C_2^2}{2g} \tag{2.38}$$

On peut alors tracer la courbe de variation de p dans la pompe.

2.2.2 Influence de l'angle β_2

2.2.2.1 Influence sur la hauteur de fluide

On étudie 3 roues mobiles pour lesquelles seul l'angle β_2 est changé, comme indiqué sur la figure 2.11.

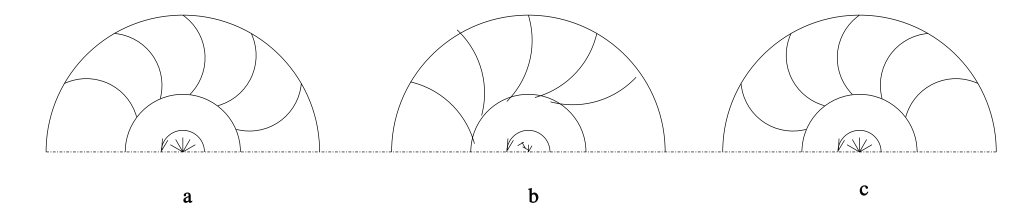


Photo 2.11 – Influence de l'angle β_2 sur l'écoulement dans la roue

On peut alors tracer les diagrammes des vitesses en sortie de roue à partir de $\overrightarrow{C_2} = \overrightarrow{C_{e_2}} + \overrightarrow{W_2}$. Nous avons déjà établi que dans le cas d'une roue mobile radiale sans perturbation de l'écoulement par un organe fixe, nous avions $C_{gir_1} = 0$, $C_{gir_2} = C_{e_2} + W_2 \cos\beta_2$. La hauteur théorique de fluide en sortie vaut alors :

$$H_{th_\infty} = \frac{C_{e_2} C_{gir_2}}{g} = \frac{1}{g}\left(C_{e_2}^2 + C_{e_2} W_2 \cos\beta_2\right) \tag{2.39}$$

avec H_{th_∞} désignant la hauteur théorique idéale. Il est aisé de voir de par la relation que nous venons d'écrire ou sur les diagrammes de vitesses que H_{th_∞} augmente avec l'inclinaison vers l'avant des pales ($\beta_2 < \frac{\pi}{2}$).

2.2.2.2 Influence sur l'écoulement dans le rotor

Les trajectoires relatives du fluide vont automatiquement être influencées par l'orientation des aubes. Il apparaît que pour les orientations $\beta_2 < \frac{\pi}{2}$ la déviation du fluide est plus importante entre l'entrée et la sortie. Ceci se traduit par une augmentation des pertes dans l'aubage.

2.2.2.3 Influence sur la qualité de l'énergie fournie

Les diagrammes de vitesses que nous avons tracé montrent que $\overrightarrow{C_2}$ est plus élevée lorsque $\beta_2 < \frac{\pi}{2}$. L'influence de l'énergie cinétique est donc plus importante dans l'énergie fournie ($\frac{p_2}{\rho} + \frac{C_2^2}{2}$). Il faudra alors un diffuseur et une volute plus important pour réduire cette vitesse et par là même accroître la pression à la sortie (rôle principal des pompes centrifuges).

L'évolution des pression nous permet de dire que nous étudions une roue à "réaction". L'introduction d'un degré de réaction permettra alors de quantifier la qualité de l'énergie. Ce degré de réaction est le rapport entre le travail de transvasement et le travail net :

$$\sigma = \frac{W_{T_{1\to 2}}}{W_{n_{1\to 2}}} = \frac{\frac{p_2-p_1}{\rho}}{W_{n_{1\to 2}}} \tag{2.40}$$

On a également un degré de réaction théorique idéal σ_{th_∞} tel que :

$$\sigma_{th_\infty} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g H_{th_\infty}} \tag{2.41}$$

avec

$$H_{th} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + \underbrace{(z_2 - z_1)}_{=0 \text{ (machine théorique)}} \tag{2.42}$$

soit :

$$\sigma_{th_\infty} = 1 - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2gH_{th}} = 1 - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2C_{e_2}C_{gir_2}} \tag{2.43}$$

Les roues mobiles avec des aubes inclinées vers l'avant ont un degré de réaction plus faible.

Remarque : Dans la pratique, on a fréquemment $C_{m_1} = C_{m_2}$, par suite :

$$\begin{cases} \sigma_{th_\infty} = 1 - \frac{C_{gir_2}}{2C_{e_2}} \\ \mu_{R_\infty} = \frac{gH_{th_\infty}}{C_{e_2}^2} = \frac{C_{gir_2}}{C_{e_2}} \end{cases} \tag{2.44}$$

soit finalement :

$$\sigma_{th_\infty} = 1 - \frac{\mu_{R_\infty}}{2} \tag{2.45}$$

Dans le cas où $\beta_2 = \frac{\pi}{2}$, on a alors :

$$C_{gir_2} = C_{e_2} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{th_\infty} = 0,5 \\ \mu_{R_\infty} = 1 \end{cases} \tag{2.46}$$

Pour toutes ces raisons, on tendra à choisir des roues mobiles avec les aubes inclinées vers l'arrière ($\beta_2 > \frac{\pi}{2}$)

2.2.3 Caractéristiques d'Euler, caractéristiques théoriques idéales

Si on s'intéresse à l'évolution de la hauteur théorique idéale en fonction du débit, on écrit :

$$C_{m_2} = W_2 \sin\beta_2 \;\; et \;\; q_v = \pi D_2 b_2 C_{m_2} \tag{2.47}$$

d'où :

$$H_{th_\infty}(q_v) = \frac{C_{e_2}}{g}\left(C_{e_2} + \frac{q_v}{\pi D_2 b_2 \tan\beta_2}\right) \tag{2.48}$$

Pour une vitesse de rotation ω_r donnée, on a $C_{e_2} = Cte$, alors H_{th_∞} est une fonction linéaire de q_v dont la pente dépendra de l'angle β_2 et dont l'ordonnée à l'origine est $\frac{C_{e_2}^2}{g}$ comme indiqué sur la figure 2.12.

En ce qui concerne l'évolution de la puissance théorique idéale, à partir de l'écriture de la puissance nécessaire à l'entraînement sous la forme $\wp = q_m W_{n_{1\to 2}}$, on écrit :

$$\wp_{th_\infty} = \rho g q_v H_{th_\infty} = \rho C_{e_2}\left(q_v C_{e_2} + \frac{q_v^2}{\pi D_2 b_2 \tan\beta_2}\right) \tag{2.49}$$

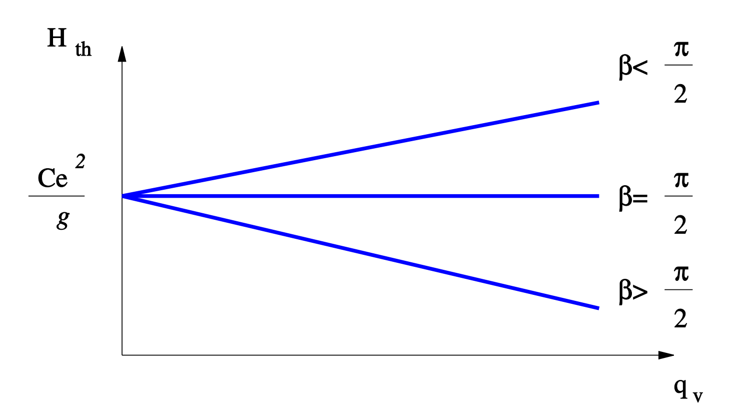


Photo 2.12 – Evolution de $H_{th_\infty} = f(q_v)$

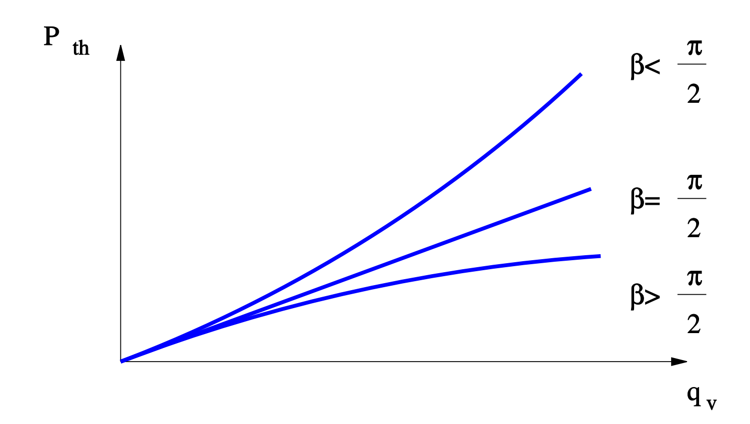


Photo 2.13 – Evolution de $\wp_{th_\infty} = f(q_v)$

L'évolution $\wp_{th_\infty} = f(q_v)$ a alors l'allure donnée sur la figure 2.13.

On peut ainsi voir que pour obtenir un accroissement de débit Δq_v, l'accroissement de puissance $\Delta\wp_{th_\infty}$ sera plus faible pour les aubes courbées vers l'arrière. Cette remarque est un nouvel avantage pour les aubes courbées vers l'arrière par rapport aux aubes courbées vers l'avant.

2.2.4 Influence du nombre d'aubes

Nous avons mis en évidence au chapitre 1 les limitations de la théorie d'Euler. Il en ressort que l'angle de sortie réel des filets fluides n'est pas β_2 mais un angle β_2' dévié de $5°$ à $10°$. La hauteur théoriquement disponible en sortie de roue est donc en réalité plus faible que celle définie par la théorie d'Euler. On appellera H_{th} la valeur moyenne de cette hauteur pour les filets fluides. Cette déviation des vitesses théoriques et réelles est prise en compte en considérant un coefficient de glissement ε tel que :

$$\varepsilon = \frac{C_{gir_2}}{C_{gir_{2\infty}}} = \frac{H_{th}}{H_{th_\infty}} \tag{2.50}$$

Le coefficient de glissement ε dépend du nombre d'aubes, de leur forme et de l'angle β_2. Si le débit n'est pas trop faible, on peut admettre que ε est indépendant du débit et vaut pour les pompes courantes de 0,7 à 0,8. De l'écriture de ε on tire :

$$\begin{cases} H_{th} = \varepsilon H_{th_\infty} = \varepsilon C_{e_2}\left(C_{e_2} + \frac{q_v}{\pi D_2 b_2 \tan\beta_2}\right) \\ \wp_{th} = \varepsilon \wp_{th_\infty} = \varepsilon\rho C_{e_2}\left(q_v C_{e_2} + \frac{q_v^2}{\pi D_2 b_2 \tan\beta_2}\right) \end{cases} \tag{2.51}$$

2.2.5 Pertes d'énergie et conditions de fonctionnement

L'écoulement, les transferts d'énergie et les transformations d'énergie ne peuvent s'effectuer sans perte énergétique. Dans chaque machine, il existe un point de fonctionnement optimal correspondant à un débit volumique q_v déterminé, où ces pertes sont minimales et de ce fait, le rendement optimal. Ce point pour lequel la distribution des pressions statiques autour de la roue est à peu près uniforme est très voisin de celui pour lequel il y a entrée sans choc, lequel correspond au débit volumique d'adaptation q_{v_a}.

Par ailleurs en fonctionnement réel, on constate que la roue peut créer une pré-rotation du fluide du fait d'une action en amont de l'aire d'aspiration. Cette pré-rotation est en général positive pour les faibles débit, soit dans le même sens que le sens de rotation de la roue, négative pour les forts débits. Ceci peut alors se superposer aux problèmes de cavitation que nous avons énoncés auparavant.

Lors de la conception d'une machine, il faut considérer l'ensemble roue-diffuseur sachant que cet ensemble se comportera convenablement au point optimal de fonctionnement. En dehors de ce point, les pertes augmentent rapidement et des décollements peuvent se produire dans les aubes.

Les différentes pertes que l'on rencontre sont :

- Les pertes hydrauliques : Chocs, tourbillons, frottement du liquide dans son passage à travers la machine
- Les pertes par frottement du disque : Frottement de la roue sur le liquide qui l'entoure
- Les pertes volumétriques : Fuites ou courts-circuits de liquide à travers les jeux existant entre les organes fixes et mobiles de la machine
- Les pertes mécaniques : Paliers, roulements et frottements aux étoupes.

Pour une pompe donnée, la puissance fournie par le moteur d'entraînement est la somme de la puissance nette et des différentes puissances perdues en valeur absolue. Une approximation de l'influence des pertes est présentée sur la figure 2.14.

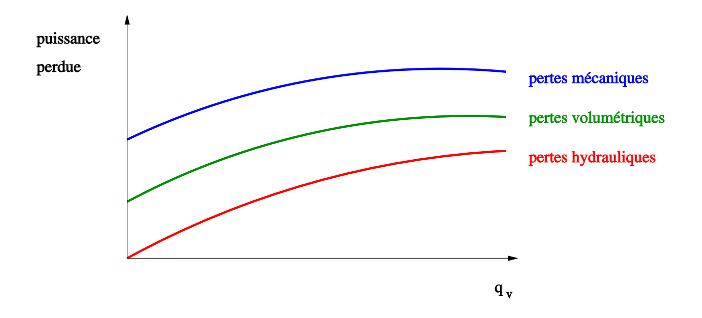


Photo 2.14 – Variation des pertes avec le débit

On va maintenant détailler chacune de ces pertes.

2.2.5.1 Les pertes hydrauliques

Elles peuvent se décomposer en deux types de pertes, les pertes de charge et les pertes par choc :

<u>**Pertes de charge**</u> : Elles dépendent du nombre de Reynolds et de la rugosité de la conduite :

$$\varphi = \frac{1}{4}\lambda\frac{P_e}{S}l\frac{C_\infty^2}{2g} \tag{2.52}$$

avec :

λ	coefficient de perte unitaire
S	section moyenne de passage
P_e	périmètre mouillé
l	longueur du canal

Pertes par choc : Elles résultent d'un problème de direction des vitesses entre la sortie de la roue et l'entrée dans le diffuseur :

$$\varphi_c = K_c \frac{(\overrightarrow{C'} - \overrightarrow{C})^2}{2g} = K_c \frac{C_c^2}{2g} \tag{2.53}$$

avec :

K_c	coefficient géométrique de la roue
$\overrightarrow{C}$	vitesse absolue théorique
$\overrightarrow{C'}$	vitesse absolue réelle
$\overrightarrow{C_c}$	composante de choc

La vitesse de sortie de roue est en fonctionnement normal tangente au profil du diffuseur. Le choc est dû à une variation de la direction de cette vitesse qui vient alors "percuter" le profil du diffuseur.

2.2.5.2 Les pertes volumétriques

Le jeu fonctionnel entre l'organe mobile et le corps de la machine génère un débit de fluide nommé q sur le schéma de la figure 2.15. La conservation du débit Q entre l'entrée et la

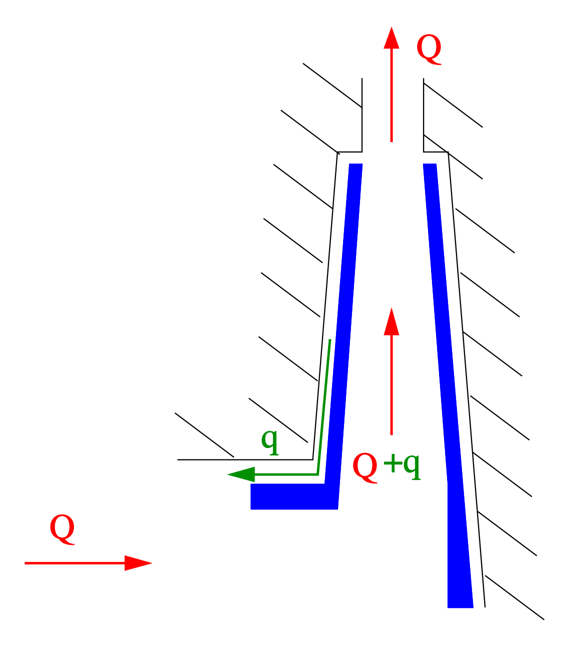


Photo 2.15 – Pertes volumiques dans la roue

sortie de la roue fait que la roue doit donner de l'énergie au débit $Q + q$ pour palier la fuite ($q = f(p_1, p_2)$).

2.2.5.3 Les pertes mécaniques

Les pertes mécaniques sont principalement dues aux frottements que l'on retrouve entre toutes les pièces en mouvement relatif les unes par rapport aux autres. On inclut dans les pertes mécaniques les pertes par frottement du disque. En effet, le film de fluide compris entre la roue et le corps de la machine est soumis à un champ de vitesse. On a alors dissipation d'énergie par frottement visqueux entre les parois. Cette énergie peut se mettre sous la forme :

$$W_p = k\rho C_e^3 r^2 \tag{2.54}$$

avec k qui dépend à la fois de la largeur du canal entre la roue et le corps et du rayon de la roue.

2.2.5.4 Rendements de la pompe

La puissance nécessaire sur l'arbre vaut :

$$\wp_a = \rho g \left(H_n + \varphi_{1\to2}\right)\left(Q+q\right) + |W_m| + |W_f| \tag{2.55}$$

La puissance utile est :

$$\wp_n = \rho g Q H_n \tag{2.56}$$

Le rendement global de la pompe a pour valeur :

$$\eta_{gl} = \frac{\wp_n}{\wp_a} = \frac{\rho g Q H_n}{\rho g \left(H_n + \varphi_{1\to2}\right)\left(Q+q\right) + |W_m| + |W_f|} \tag{2.57}$$

On retrouve aussi des rendements

$$\begin{cases} \eta_m = \frac{H_n}{H_{th}} = \frac{H_n}{H_n+\varphi_{1\to2}} & \text{rendement manométrique} \\ \eta_{m_\infty} = \varepsilon\eta_m = \frac{H_n}{H_{th_\infty}} & \text{rendement manométrique idéal} \\ \eta_v = \frac{Q}{Q+q} & \text{rendement volumétrique} \\ \eta_{mec} = \frac{\rho g(H_n+\varphi_{1\to2})(Q+q)}{\wp_a} & \text{rendement mécanique} \end{cases} \tag{2.58}$$

avec $\eta_{gl} = \eta_m * \eta_v * \eta_{mec}$.

2.2.6 Caractéristiques réelles

Sur la page suivante on présente le tracé de caractéristiques réelles d'une pompe.

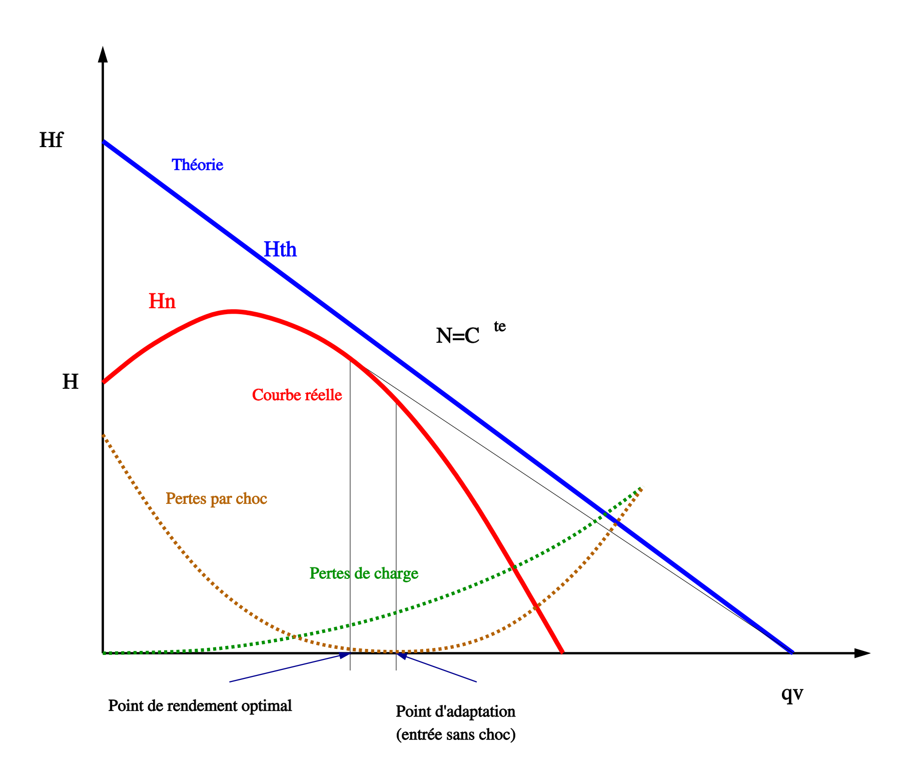


Photo 2.16 – Caractéristiques hauteur-débit théorique et réelle d'une machine centrifuge

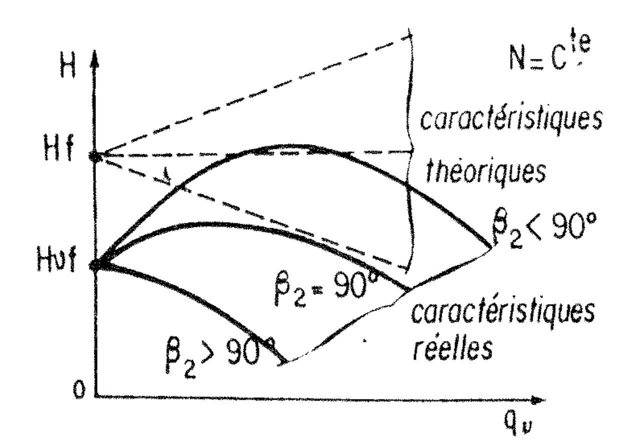


Photo 2.17 – Caractéristiques obtenues à vitesse constante pour diverses valeurs de β_2

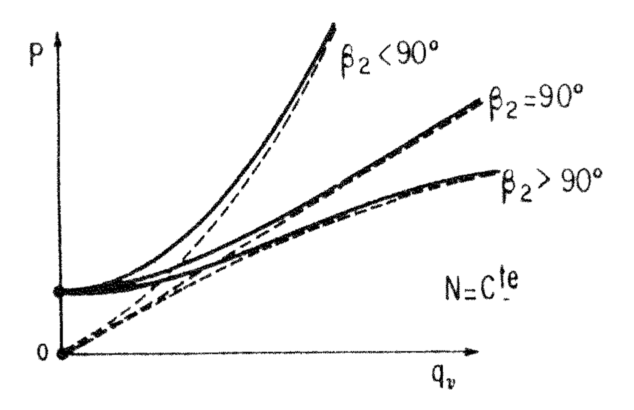


Photo 2.18 – Caractéristiques obtenues à partir de la figure 2.17

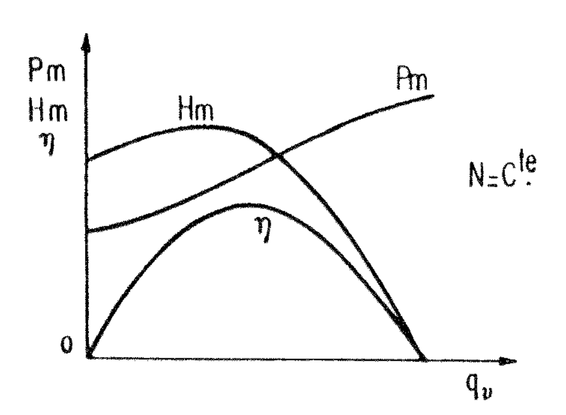


Photo 2.19 – Caractéristiques récapitulatives d'une turbomachine

2.2.7 Amorçage d'une pompe

Une pompe centrifuge n'est pas auto-amorçante. Il est donc nécessaire de la remplir de liquide avant mise en route ou de la munir d'un dispositif auxiliaire d'amorçage (système d'injection ou pompe auxiliaire à anneau liquide). La turbopompe fonctionnant par différence de pression, il est beaucoup plus difficile d'obtenir le Δp avec de l'air qu'avec un liquide. En effet la hauteur de fluide nécessaire pour obtenir une même variation de pression est d'environ 800 fois plus grande avec de l'air (système désamorcé) qu'avec de l'eau (système amorcé).

2.2.8 Données constructives

2.2.8.1 Dimensions principales d'une turbopompe centrifuge

Pour un problème donné on connaît en principe le débit q_v, la hauteur géométrique H_g, la longueur de la tuyauterie l associée à la pompe, la nature du fluide ρ et éventuellement la vitesse de rotation $\omega = 2\pi N$. Ces données permettent de calculer le diamètre de la tuyauterie en admettant une vitesse d'écoulement de 1,5 à $4m/s$, d'évaluer ensuite les pertes de charge correspondantes et compte tenu de celle des clapets, vannes, crépines, on en déduit la hauteur manométrique H_m.

Avant de commencer l'étude, il faut se demander si le travail imposé peut être réalisé par un seul impulseur (roue mobile). En cas d'impossibilité, on répartit la hauteur manométrique sur plusieurs roues montées en série (pompe multi-cellulaire) ou bien on répartit le débit sur plusieurs roues montées en parallèle (roue symétrique à double entrée...).

Le rayon d'entrée r_0 de la roue (voir figure 2.20) est déterminé en considérant que la vitesse axiale $\overrightarrow{C_0}$ ne doit pas dépasser 2 à $6m/s$ selon la hauteur produite de la roue. Le rayon r_1 vaut à peu près 1 à $1,15r_0$. On en déduit l'entrée b_1 en choisissant une vitesse $\overrightarrow{C_1}$ égale à $\overrightarrow{C_0}$ ou légèrement supérieure.

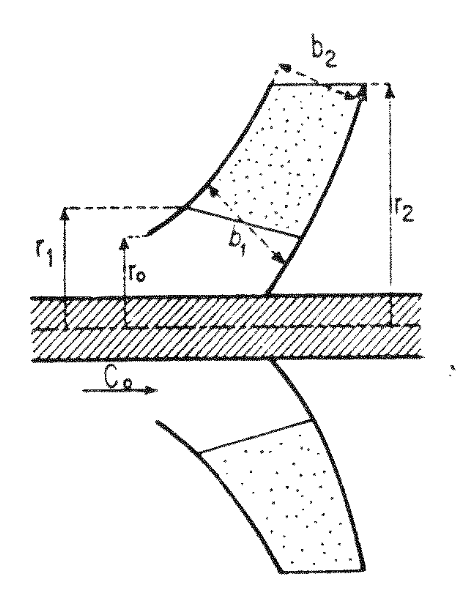


Photo 2.20 – Dimensions principales d'une roue

Le débit que l'on considère dans ces calculs est 1,03 à $1,1q_v$ car on intègre les fuites internes. Pour la détermination des dimensions de sortie, on utilise l'équation d'Euler :

$$\begin{cases} H_{th_\infty} = \frac{1}{2g}\left(C_{e_2}^2 + C_{e_2}W_2\cos\beta_2 - C_{e_1}C_1\cos\alpha_1\right) \ \ avec \ \ \alpha_1 = \frac{\pi}{2} \\ C_2\cos\alpha_2 = C_{e_2} + W_2\cos\beta_2 \end{cases} \tag{2.59}$$

d'où :

$$H_{th_\infty} = \frac{C_{e_2} C_2 \cos\alpha_2}{g} \tag{2.60}$$

Les largeurs b_1 et b_2 sont généralement du même ordre ($b_2 \leq b_1$) afin de ne pas trop augmenter les pertes par frottement dans la roue. On choisit alors un rapport $\frac{r_2}{r_1} \leq 2$.

Remarques :

- Une pompe munie d'une seule roue élèvera au maximum 110 mètres d'eau
- Pour les pompes multi-cellulaires et les pompes tournant lentement, on pourra admettre $\frac{r_2}{r_1} > 2$

2.2.8.2 Tracé de la grille d'aubes

Les roues peuvent être en métal coulé (fonte, bronze, acier, acier inoxydable...) ou en matière plastique. Il est évident que le choix du matériau sera conditionné par les conditions d'utilisation et la nature du fluide mis en jeu (fluide corrosif, hautes températures...).

Le tracé des aubages est effectué à partir des angles β_1 et β_2 qui ont été calculés en fonction des vitesses d'entrée et de sortie du fluide. Plusieurs méthodes existent pour effectuer le tracé et sont habituellement le résultat de considérations empiriques et expérimentales et font partie des "secrets de fabrication". Certains consistent à faire évoluer linéairement β_1 vers β_2, d'autres s'efforcent de réaliser un transfert continu de l'énergie de l'entrée vers la sortie de la roue (croissance linéaire ou parabolique de la puissance transmise avec le rayon).

2.2.8.3 Le diffuseur

Nous avons présenté son rôle précédemment. C'est donc un organe destiné à transformer l'énergie cinétique du fluide en sortie en une pression. Il est constitué s'il est "lisse" par deux surfaces de révolution entourant la roue et entre lesquelles le fluide décrit des spirales divergentes, comme indiqué sur la figure 2.21.

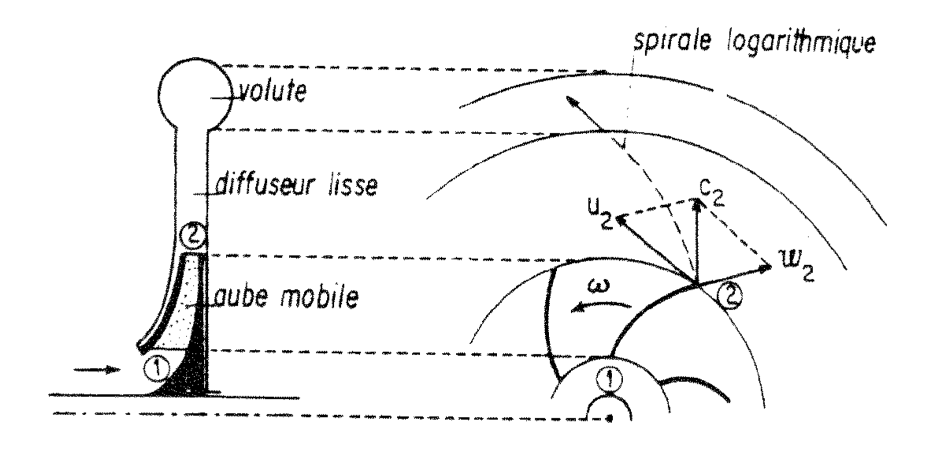


Photo 2.21 – Roue centrifuge et diffuseur lisse

Le diffuseur peut être muni d'un certain nombre d'aubes (5 à 10), il est alors nommé "diffuseur à ailettes" et son efficacité est augmentée pour un encombrement réduit comme montré sur la figure 2.22. Dans le cas de pompes multi-cellulaires, le diffuseur est à ailettes et oriente le fluide vers l'entrée de la roue suivante. En sortie du diffuseur de la dernière roue, le fluide débouche dans une conduite enroulée sur elle même et dont la section augmente proportionnellement au débit ; c'est la volute.

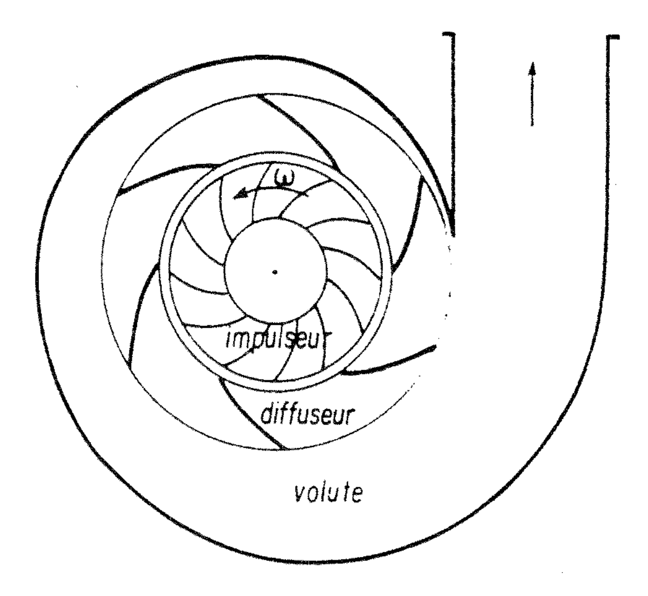


Photo 2.22 – Roue centrifuge et diffuseur à ailettes

2.3 Compresseurs centrifuges et axiaux

La conception des turbocompresseurs est analogue à celle des machines véhiculant des fluides incompressibles, leur fonctionnement diffère en raison de la compressibilité du fluide et des phénomènes thermiques qui entrent en jeu.

Le taux de compression d'un compresseur centrifuge variera de 2,5 à 10, alors que le taux de compression d'un compresseur axial varie de 1,15 à 1,3. Ainsi, pour les faibles taux de compression, la masse volumique du fluide variera peu et les effets thermiques étant faibles, on pourra en première approximation considérer $\rho = Cte$, comme pour les pompes et les ventilateurs.

Pour obtenir des augmentations notables de pression, il y a lieu d'associer plusieurs étages au moyen de plusieurs roues mobiles montées par exemple sur le même arbre moteur. On obtient ainsi des turbomachines multi-cellulaires dont on peut grouper ensemble les étages en corps séparés : basse pression, moyenne pression et haute pression. L'équation générale qui régit le fonctionnement des compresseurs est le Premier Principe de la Thermodynamique :

$$\Delta H + \Delta E_c + \underbrace{\Delta E_p}_{=0} = W_{i_{1\to 2}} + Q_{e_{1\to 2}} \tag{2.61}$$

En admettant une évolution adiabatique, à la traversée de l'organe mobile, on obtient :

$$\Delta H + \Delta E_c = W_{i_{1\to 2}} \tag{2.62}$$

et à la traversée de l'organe fixe :

$$\Delta H + \Delta E_c = 0 \tag{2.63}$$

Comme pour les pompes, on peut introduire une hauteur de fluide qui est la hauteur de compression :

$$H_n^* = \frac{W_i}{g} \tag{2.64}$$

qui compte tenu de l'équation d'Euler se met sous la forme :

$$H_n^* = \frac{1}{g}\left(C_{e_2}C_{gir_2} - C_{e_1}C_{gir_1}\right) \tag{2.65}$$

2.3.1 Compresseurs centrifuges

2.3.1.1 Influence de la forme des aubes

Comme pour les pompes centrifuges nous retrouvons une grille d'aubes mobile et un diffuseur fixe muni ou non d'ailettes comme représenté sur la figure 2.23. Dans la plupart des

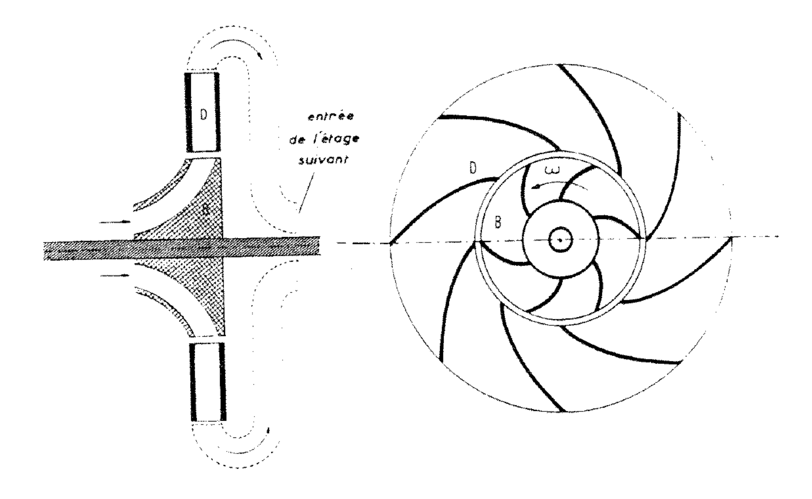


Photo 2.23 – Schéma d'un compresseur centrifuge

machines, l'angle α_1 est voisin de $\frac{\pi}{2}$, ce qui a pour effet d'éliminer le terme $C_{e_1} C_1 cos\alpha_1$ dans l'expression de H_n^*. Le travail de compression à fournir est alors de la forme :

$$W_{i_{1\to2}} = C_{e_2} C_{gir_2} \tag{2.66}$$

Pour que ce travail soit relativement important, il faut alors :

- Augmenter C_{e_2} en augmentant le rayon de la roue et/ou la vitesse de rotation de la machine ce qui peut générer des problèmes d'effet centrifuge sur le matériau, mais également l'adaptation des paliers pour les grandes vitesses de rotation (la technologie s'oriente vers les paliers fluides).
- Augmenter C_{gir_2} en jouant sur l'orientation des aubes de la roue mobile. On a $C_{gir_2} = C_{e_2} + W_2 \cos\beta_2$ ce qui pourrait nous amener à utiliser des aubes inclinées vers l'avant ($\beta_2 < \frac{\pi}{2}$). On retrouve cependant les mêmes effets de l'inclinaison des aubes que pour l'étude des pompes, c'est à dire une diminution du degré de réaction et la nécessité d'utiliser un diffuseur important.

Il devient alors très fréquent de rencontrer des roues mobiles à aubes radiales $\beta_2 = \frac{\pi}{2}$ qui résistent mieux aux effets centrifuges.

2.3.1.2 Données constructives

On classe les compresseurs centrifuges en deux familles principales :

- Les compresseurs à admission axiale
- Les compresseurs à admission radiale

Admission axiale Ces machines fournissent un taux de compression élevé. Le gaz y subit une déviation de $\frac{\pi}{2}$ dans chaque étage. Elles peuvent être construites avec une "avant-roue" tournant à la même vitesse que la roue centrifuge. Cette avant-roue est munie d'ailettes judicieusement orientées pour donner à la vitesse, une inclinaison convenable à l'entrée de la roue

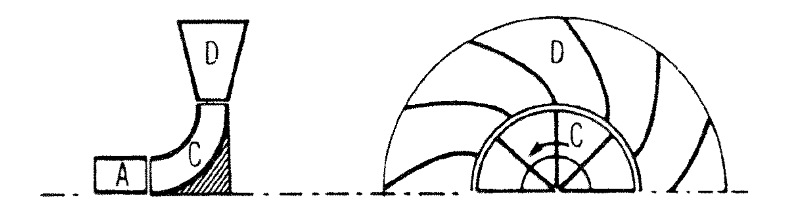


Photo 2.24 – Compresseur centrifuge à admission axiale et à avant-roue

qui est elle munie d'ailettes radiales. La hauteur de compression est obtenue en appliquant la théorie d'Euler dans l'ensemble "avant-roue/roue-mobile" (voir figure 2.24). Lorsque les compresseurs à admission axiale ne sont pas munis d'une avant-roue, on donne une pré-rotation au fluide par le biais d'une volute afin d'amener la vitesse relative W_1 dans l'axe radial. Le résultat n'est pas toujours très convaincant.

Admission radiale La déviation de $\frac{\pi}{2}$ de l'écoulement de fluide se fait en amont de la roue mobile, c'est à dire dans la veine d'aspiration. L'entrée du fluide dans la roue mobile se fait alors à la vitesse absolue radiale $\overrightarrow{C_1}$, ce qui fixe la direction de W_1 et par là même le profil des aubages. Un exemple de machine centrifuge à admission radiale est donné sur la figure 2.25. Les aubes sont courbées vers l'arrière ce qui fait que les effets centrifuges sont plus

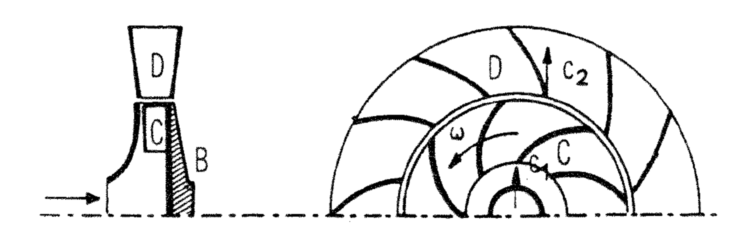


Photo 2.25 – Compresseur centrifuge à admission radiale

importants que dans le cas précédent où les aubes étaient radiales. Ce type de roue ne peut donc tourner très vite (ce qui limite les possibilités de compression), suivant le matériau utilisé pour sa fabrication.

2.3.2 Compresseurs axiaux

Dans un étage axial, la particule de fuide traverse la roue en restant sensiblement à la même distance de l'axe de rotation, de sorte que $C_{e_1} = C_{e_2} = C_e$ ce qui pris en compte dans la théorie d'Euler conduit à :

$$H_n^* = \frac{C_e}{g}\left(C_{gir_2} - C_{gir_1}\right) \tag{2.67}$$

Pour réaliser la compression on utilise alors seulement les variations de C_{gir}. Comme ΔC_{gir} ne peut être qu'une fraction de C_e, les possibilités de compression d'un étage axial sont bien inférieures à celle d'un étage centrifuge. Plusieurs étages axiaux sont necessaires là où un seul étage centrifuge suffit. L'avantage du compresseur axial par contre réside dans la possibilité d'avoir un débit pratiquement illimité.

Un compresseur axial se composera donc d'une suite d'étages axiaux disposés en série chacun comprenant une roue à aube mobile (rotor) et une roue à aube fixe (stator), tous ces étages étant calculés pour adapter parfaitement leurs conditions de fonctionnement à celles des étages en amont et en aval (voir figure 2.26).

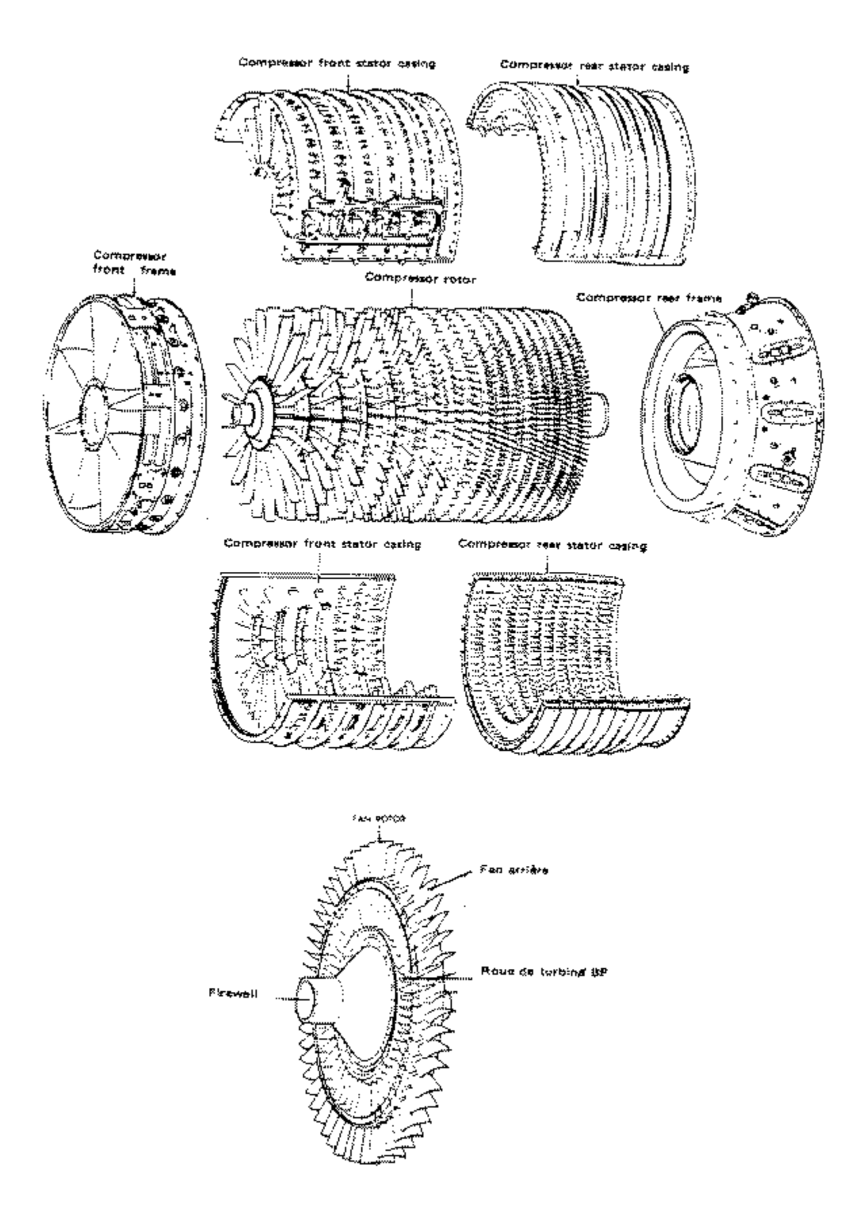


Photo 2.26 – Compresseur axial à 17 étages

2.3.2.1 Ecoulement bidimensionnel, degré de réaction

Considérons une compression adiabatique dans un étage de compresseur axial. Supposons cet étage périodique, c'est à dire que la vitesse absolue $\overrightarrow{C_1}$ à l'entrée du rotor est égale à la vitesse absolue $\overrightarrow{C_3}$ à la sortie du stator. Entre (1) et (2), le Premier Principe de la Thermodynamique permet d'écrire alors :

$$H_2 - H_1 = C_e(C_{gir_2} - C_{gir_1}) - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \quad (2.68)$$

On trace alors le diagramme des vitesses de la roue du compresseur donné sur la figure 2.27.

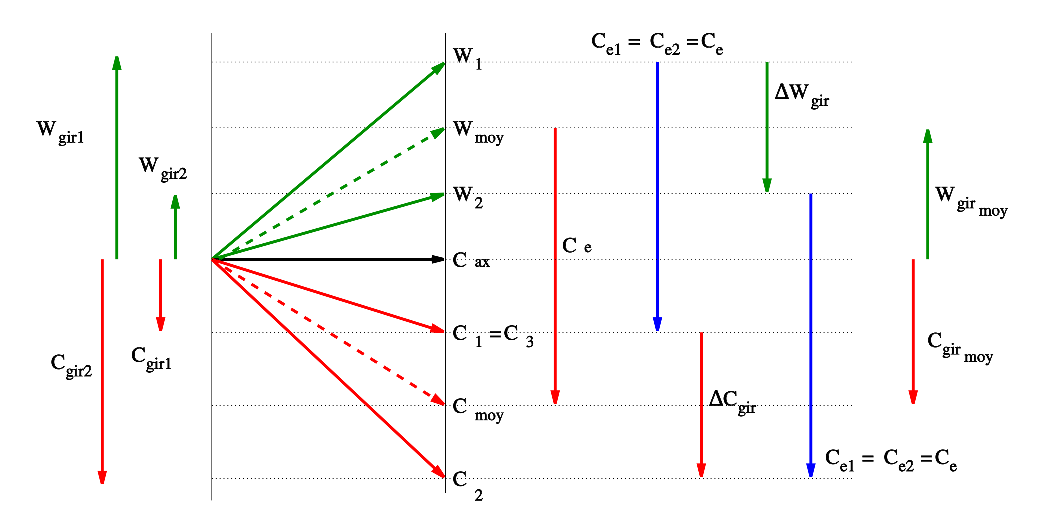


Photo 2.27 – Diagramme des vitesses dans la roue

On obtient alors :

$$H_2 - H_1 = \Delta W_{gir} W_{gir_{moy}} \quad (2.69)$$

Pour ce qui est du diffuseur, entre (2) et (3) on a :

$$H_3 - H_2 = -\frac{C_3^2 - C_2^2}{2} \quad (2.70)$$

Entre (1) et (3) soit l'étage complet :

$$H_3 - H_1 = C_e \Delta W_{gir} \quad (2.71)$$

Pour distinguer alors dans la compression totale, la contribution du stator et celle du rotor, on définit le degré de réaction σ de l'étage tel que :

$$\sigma = \frac{H_2 - H_1}{H_3 - H_1} \quad (2.72)$$

ce qui correspond au rapport de l'accroissement d'enthalpie dans le rotor sur l'accroissement d'enthalpie dans l'ensemble stator+rotor.

$$\sigma = \frac{W_{gir_{moy}}}{C_e} \quad (2.73)$$

2.3.2.2 Influence du degré de réaction sur le rendement

Le rendement aérodynamique d'un étage dépend de la manière dont s'écoule le fluide autour des aubes et par conséquent de la distribution des vitesses en grandeur et en direction autour des organes fixes et mobiles. Etudions trois dispositions d'un étage de machine axiale traversée par un même débit, et ayant une même vitesse de rotor. On suppose que $\overrightarrow{C_1} = \overrightarrow{C_3}$ ce qui implique que ΔW_{gir} donnée par le rotor est égale et opposée à ΔC_{gir} donnée par le rotor. Ces trois dispositions fournissent la même hauteur de compression H_n^* comme indiqué sur la figure 2.28.

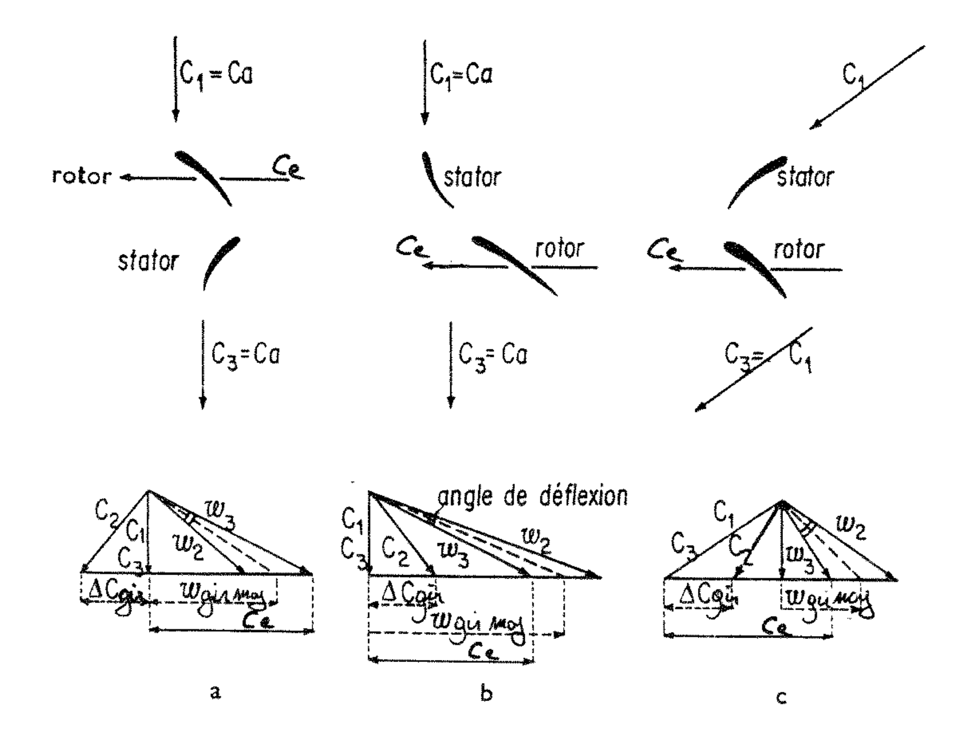


Photo 2.28 – Ecoulements pour différentes valeurs du degré de réaction

Les trois dispositions présentées sur la figure 2.28 correspondent à :

- fig a : Le rotor précède le stator, la vitesse absolue est axiale à l'entrée et à la sortie de l'étage ; $0,5 < \sigma < 1$
- fig b : Le stator précède le rotor, la vitesse absolue est axiale à l'entrée et à la sortie de l'étage ; $\sigma > 1$
- fig c : Le stator précède le rotor, le diagramme des vitesses est symétrique par rapport à la vitesse axiale ; $\sigma = 0,5$

Si on s'intéresse à ce qui se passe dans la traversée du rotor, on peut voir que le fluide subit une déviation mesurée par l'angle entre les vitesses relatives W_2 et W_3. Cet angle est minimal dans la disposition (b), ce qui permet d'avoir une aube de rotor peu cambrée. Cependant comme le calage de l'aube est important par rapport à la vitesse axiale, les vitesses relatives sont relativement grandes.

La disposition (c) présente la plus grande déviation, mais en revanche les vitesses relatives sont les plus faibles. En écoulement réel, les deux facteurs déviation et vitesse relative jouent un rôle important dans la production des pertes d'énergie, aussi bien dans le stator que dans le rotor. Le rendement de l'étage du compresseur est alors influencé par le degré de réaction.

Dans la théorie des grilles d'aube planes, nous avons défini la perte de charge dans l'écoule-

ment réel par la relation :

$$\varphi_{1\to 2} = \frac{C_x l}{p} \frac{C_{moy}^2}{2\sin\alpha_\infty} \tag{2.74}$$

d'où une perte de charge en hauteur :

$$\Delta H = \frac{1}{2g} \frac{C_x l}{p} \frac{C_{moy}^2}{\sin\alpha_\infty} \tag{2.75}$$

En considérant l'étage complet du compresseur, on obtient alors :

$$\Delta H = \Delta H_s + \Delta H_r = \frac{1}{2g} \left(\left(\frac{C_x l}{p} \right)_s \frac{C_{moy}^2}{\sin\alpha_\infty} + \left(\frac{C_x l}{p} \right)_r \frac{W_{moy}^2}{\sin\beta_\infty} \right) \tag{2.76}$$

avec ΔH_s perte de charge dans le stator et ΔH_r perte de charge dans le rotor. Comme $H_n = \frac{C_e \Delta W_{gir}}{g}$, on obtient alors :

$$1 - \eta = \frac{\Delta H}{H_n} = \frac{1}{2 C_e \Delta W_{gir}} \left(\left(\frac{C_x l}{p} \right)_s \frac{C_{moy}^2}{\sin\alpha_\infty} + \left(\frac{C_x l}{p} \right)_r \frac{W_{moy}^2}{\sin\beta_\infty} \right) \tag{2.77}$$

et comme on a :

$$\begin{cases} \left(C_z \frac{l}{p} \right)_s = \frac{2\Delta W_{gir}}{C_{moy}} \\ \left(C_z \frac{l}{p} \right)_r = \frac{2\Delta W_{gir}}{W_{moy}} \end{cases} \tag{2.78}$$

On obtient alors l'expression suivante :

$$1 - \eta = \frac{1}{2 C_e} \left(\left(\frac{C_x}{C_z} \right)_s \frac{C_{moy}}{\sin\alpha_\infty} + \left(\frac{C_x}{C_z} \right)_r \frac{W_{moy}}{\sin\beta_\infty} \right) \tag{2.79}$$

avec $\frac{C_x}{C_z} = \tan\varepsilon \simeq \varepsilon$ (inverse de la finesse du profil) et $C_{moy}\sin\alpha_\infty = C_a = W_{moy}\sin\beta_\infty$ d'où l'écriture suivante :

$$1 - \eta = \frac{C_a}{C_e} \left(\frac{\varepsilon_s}{\sin^2\alpha_\infty} + \frac{\varepsilon_r}{\sin^2\beta_\infty} \right) \tag{2.80}$$

En travaillant sur le diagramme des vitesses et en posant $\alpha_m = \frac{\pi}{2} - \alpha_\infty$ et $\beta_m = \frac{\pi}{2} - \beta_\infty$, on obtient alors :

$$\frac{C_e}{C_a} = \tan\beta_m - \tan\alpha_m \quad et \quad \frac{C_a}{C_e} = \Phi \tag{2.81}$$

Le degré de réaction $\sigma = \frac{W_{girmoy}}{C_e}$ s'écrit alors sous la forme :

$$\sigma = \Phi \tan\beta_m$$

d'où :

$$\begin{cases} \tan\beta_m = \frac{\sigma}{\Phi} \\ \tan\alpha_m = \tan\beta_m - \frac{1}{\Phi} \end{cases} \tag{2.82}$$

Dans la relation (2.83) on peut alors remplacer α_∞ par $\frac{\pi}{2} - \alpha_m$ et β_∞ par $\frac{\pi}{2} - \beta_m$. On remplace également $\frac{1}{\cos^2}$ par $\tan^2 + 1$ et on obtient :

$$1 - \eta = \frac{1}{\Phi} \left((\varepsilon_r + \varepsilon_s)\sigma^2 - 2\varepsilon_s \sigma + \varepsilon_s \right) + (\varepsilon_r + \varepsilon_s)\Phi \tag{2.83}$$

En considérant que ε_r et ε_s sont constants, les variations de η en fonction de σ pour un Φ donné sont représentées par une parabole dont le maximum est atteint pour :

$$\sigma = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s + \varepsilon_r} \tag{2.84}$$

On en sort également :

$$\begin{cases} \tan \alpha_m = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_s+\varepsilon_r}\frac{1}{\Phi} \\ \tan \beta_m = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s+\varepsilon_r}\frac{1}{\Phi} \\ 1-\eta_{maxi} = \frac{1}{\Phi}\left(\frac{\varepsilon_s\varepsilon_r}{\varepsilon_s+\varepsilon_r}\right) + (\varepsilon_r+\varepsilon_s)\,\Phi \end{cases} \tag{2.85}$$

Le rendement maximal de l'étage est une fonction du coefficient de vitesse Φ. Quand Φ varie, sa valeur optimale est obtenue pour :

$$\Phi = \frac{\sqrt{\varepsilon_s\varepsilon_r}}{\varepsilon_s+\varepsilon_r} \tag{2.86}$$

d'où :

$$\begin{cases} \tan \beta_m = -\frac{1}{\tan \alpha_m} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_r}} \\ 1-\eta_{opt} = 2\sqrt{\varepsilon_s\varepsilon_r} \end{cases} \tag{2.87}$$

Dans ces conditions optimales, on a $\beta_m - \alpha_m = \frac{\pi}{2}$, c'est à dire que W_{moy} et C_{moy} sont orthogonales.

Remarque :

On admettra souvent $\varepsilon_r = \varepsilon_s = \varepsilon$ et les relations précédentes se réduisent alors à :

$$\text{rendement maximal} \begin{cases} \sigma = \frac{1}{2} \\ \tan \beta_m = -\tan \alpha_m = \frac{1}{2\Phi} \\ 1-\eta_{maxi} = \varepsilon_s\left(2\Phi + \frac{1}{2\Phi}\right) \end{cases} \tag{2.88}$$

Le partage de la compression s'effectuera en parties égales entre le rotor et le stator, et les vitesses W_{moy} et C_{moy} sont alors symétriques par rapport à la vitesse axiale (voir figure 2.28 (c)).

$$\text{rendement optimal} \begin{cases} \Phi = \frac{1}{2} \\ \beta_m = -\alpha_m = \frac{\pi}{4} \\ 1-\eta_{opt} = 2\varepsilon \end{cases} \tag{2.89}$$

La vitesse axiale est égale à la moitié de la vitesse d'entraînement.

2.3.2.3 Travail théorique

On peut appliquer pour les compresseurs axiaux la même théorie que pour les pompes axiales. Pour un étage, on a alors :

$$W_{i_{1\to 2}} = C_e \Delta C_{gir} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} - \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \tag{2.90}$$

Aux pertes près on a :

$$W_{i_{1\to 2}} = W_{n_{1\to 2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_{e_2}^2 - C_{e_1}^2}{2} \tag{2.91}$$

D'où on sort l'expression du travail de transvasement $W_{T_{1\to 2}}$:

$$W_{T_{1\to 2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = -\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \tag{2.92}$$

2.3.2.4 Compresseur à aubes courtes

Les compresseurs sont considérés à aubes courtes lorsque la longueur h des aubes est petite devant le rayon moyen r_m. En pratique, on considère $\frac{h}{r_m} < 0,25$ dans ce cas les grilles sont considérées comme cylindriques et le pas de grille p ainsi que la vitesse d'entraînement C_e sont considérés constants sur tout h. Les filets fluides ont tous les mêmes caractéristiques.

2.3.2.5 Compresseur à aubes longues

Dans un grand nombre de compresseurs axiaux, la hauteur des aubes n'est pas faible vis à vis du rayon moyen. Le comportement du fluide n'est donc pas cinématiquement identique sur la hauteur de l'aube. Il faut alors considérer un écoulement tridimensionnel pour prendre en compte les différentes couches de fluide.

En pratique, on isole successivement les couches, c'est à dire qu'on considèrera un empilement d'aubes courtes dans lesquelles on pourra modéliser l'écoulement du fluide.

2.3.2.6 Compresseur périodique

Un compresseur sera dit périodique si :

- La vitesse axiale est constante de grille en grille (la variation de masse volumique reste négligeable)
- La vitesse en entrée de rotor et la vitesse en sortie de stator sont égales $\overrightarrow{C_1} = \overrightarrow{C_3}$.

Si on trace alors le diagramme des vitesses d'un étage de compresseur périodique pour lequel $\alpha_1 = \pi - \beta_2$ et $\alpha_2 = \pi - \beta_1$ on obtient le diagramme de la figure 2.29.

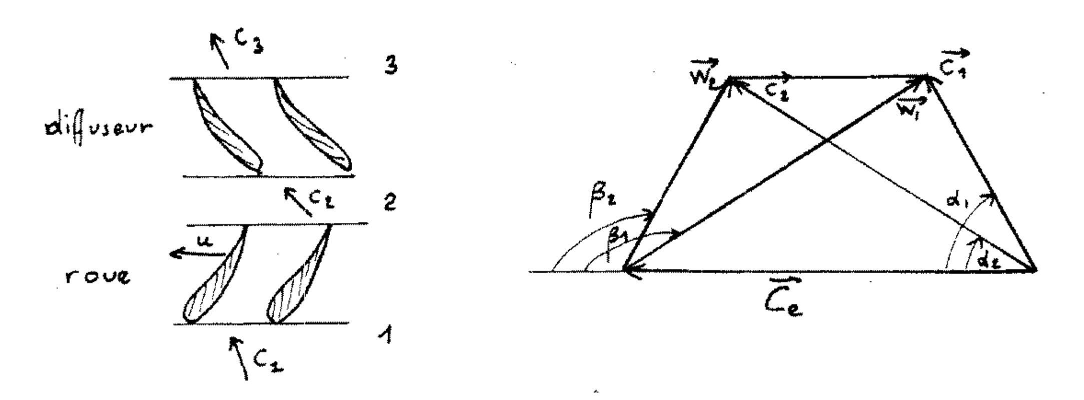


Photo 2.29 – Etage de compresseur périodique

Le résultat est un trapèze isocèle pour lequel le degré de réaction vaut 0,5 ; ce qui signifie que le rendement est maximal. Les aubages fixes et mobiles sont donc identiques.

Remarque :

Le schéma idéal d'un compresseur entièrement périodique est rarement utilisé. On cherche en effet à faire évoluer le travail indiqué et la vitesse axiale pour s'afranchir des variation de ρ lors de la compression et essayer d'annuler la composante tangentielle de la vitesse à la sortie du dernier étage. On est alors ammené à construire des compresseurs avec des roues comportant différents diamètres et calages d'aubes.

- Chapitre 3 -

Machines motrices

En opposition avec le fonctionnement des machines génératrices, le transfert d'énergie se fait du fluide vers l'organe mécanique. Le fluide traverse alors dans un premier temps un organe fixe (le distributeur) et dans un second temps l'organe mobile qui transmet la puissance sur l'arbre moteur.

Pour le transfert d'énergie avec les machines à fluides incompressibles on récupérera l'énergie de pression du fluide alors que pour les machines à fluide compressible, on utilisera son enthalpie.

3.1 Principe de fonctionnement

3.1.1 Machine à fluide incompressible

C'est le cas de la turbine hydraulique. A l'entrée, l'eau est animée d'une faible vitesse et son énergie est alors essentiellement une énergie de pression. L'idée est alors de transformer cette énergie de pression dans le distributeur, partiellement ou totalement en énergie cinétique. Le rôle du distributeur est alors le suivant :

– Transférer l'énergie de pression en énergie cinétique
– Modifier le débit par une section de passage variable
– Diriger le fluide sur la roue dans une direction convenable

Suivant l'ouverture du distributeur, la turbine reçoit un débit plus ou moins grand et fournit donc une puissance plus ou moins élevée. On appelle charge nominale de la turbine le cas où le distributeur est totalement ouvert. En général, la turbine fonctionne à charge réduite c'est à dire qu'on aura une charge normale pour laquelle le rendement de la machine sera maximal.

Pour un réglage donné du distributeur, la direction de la vitesse d'entrée $\overrightarrow{C_1}$ est fixée ce qui permet de trouver l'angle α_1 sur la roue. La turbine fonctionnera correctement si le fluide est introduit sans choc dans la roue, ce qui fixe la direction de $\overrightarrow{W_1}$ donc la forme du triangle des vitesses en entrée ($\overrightarrow{C_1}$, $\overrightarrow{W_1} \Rightarrow \overrightarrow{C_{e_1}}$).

On a alors $\overrightarrow{C_{e_1}}$ proportionnel à $\overrightarrow{C_1}$ et q_v proportionnel à ω_r.

3.1.2 Machine à fluide compressible

C'est le cas des turbines à "gaz". La majeure partie des machines à fluide compressibles sont des machines thermiques dans lesquelles on transforme en énergie mécanique l'énergie calorifique prise à une source quelconque. On retrouve deux phases dans le fonctionnement de ce type de machine ; une première où l'enthalpie du fluide est augmentée par un apport de chaleur ; une deuxième où on réduit cette enthalpie en faisant travailler le fluide.

La phase apport de chaleur ne faisant pas partie de ce cours, on renvoie le lecteur aux ouvrages spécialisés, et on s'intéressera uniquement à la deuxième phase en supposant qu'au départ nous disposons d'une source de gaz (sortie de chambre de combustion par exemple) à enthalpie élevée, c'est à dire sous pression et à haute température.

Le transfert d'énergie s'opère dans un dispositif mécanique dont la disposition est analogue à celle présentée pour les turbines hydrauliques, c'est à dire que le fluide rencontre en premier lieu un organe fixe puis l'organe mobile. Les transformations subies sont alors :

- Dans le distributeur : une transformation de l'enthalpie par détente fournissant de l'énergie cinétique
- Dans la roue mobile : une transformation de l'énergie cinétique en énergie mécanique

Le transfert d'énergie est effectué dans la roue mobile.

3.1.3 Machine à action/machine à réaction

Pour les turbines hydrauliques on parlera de turbine à "action" lorsque la totalité de l'énergie de pression sera totalement transformée en énergie cinétique dans le distributeur.

Une turbine à gaz sera dite à "action" si la totalité de la détente du gaz s'effectue totalement dans le distributeur. Dans les autres cas, les turbines sont dites à "réaction".

3.2 Machine motrice à fluide incompressible

3.2.1 Bilans énergétiques

L'étude est analogue à celle des pompes. en considérant dans l'écoulement présenté sur la figure 3.1 telle que :

- La variation de pression est négligeable entre le réservoir amont et l'entrée de la machine.
- La variation d'énergie cinétique est négligeable entre l'amont et l'aval.

On définit l'énergie mise en jeu par l'installation par :

- Une notion de travail brut par :

$$W_b = g(z_{amont} - z_{aval}) \tag{3.1}$$

- Une notion de hauteur brute par :

$$H_b = \frac{W_b}{g} = z_{amont} - z_{aval} \tag{3.2}$$

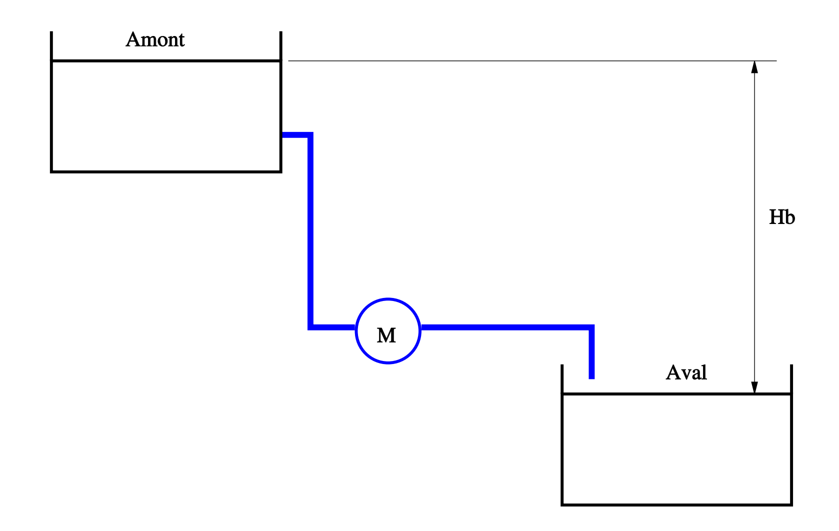


Photo 3.1 – Ecoulement incompressible entre deux réservoirs

Entre l'entrée (1) et la sortie (2) de la machine on a :

$$W_{n_{1\to2}} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (3.3)$$

soit en terme de hauteur :

$$Hn = -\frac{W_{n_{1\to2}}}{g} = -\left(\frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + (z_2 - z_1)\right) \quad (3.4)$$

La relation liant la hauteur nette à la hauteur brute fait intervenir les différentes pertes dans les canalisations :

- $\varphi_{am\to1}$: pertes entre le réservoir amont et l'entrée de la machine
- $\varphi_{2\to av}$: pertes entre la sortie de la machine et le réservoir aval

On a alors :

$$H_n = H_b - (\varphi_{am\to1} + \varphi_{2\to av}) \quad (3.5)$$

Dans l'expression ci-dessus, les pertes sont ramenées à des hauteurs de fluide ($-\frac{1}{g}$). Le travail échangé entre la roue et le fluide est le travail indiqué dont l'expression est donnée par la théorie d'Euler :

$$W_{i_{1\to2}} = \frac{1}{2}\left(\Delta(C^2) + \Delta(C_e^2) - \Delta(W^2)\right) \quad (3.6)$$

A ce travail indiqué correspond la hauteur effective idéale :

$$H_{eff_\infty} = \frac{-W_{i_{1\to2}}}{g} \quad (3.7)$$

exprimée en mètres.

On a alors la relation entre H_n et H_{eff_∞} sous la forme :

$$H_{eff_\infty} = H_n - (\varphi_{dis} + \varphi_{1\to2} + \varphi_{asp}) \quad (3.8)$$

avec :

- φ_{dis} : pertes dans le distributeur
- $\varphi_{1\to2}$: pertes dans la roue
- φ_{asp} : pertes à l'aspiration

On obtient alors la hauteur effective réelle du fluide pour obtenir la puissance nécessaire sur l'arbre $H_{eff} < H_n$.

A partir des grandeurs qu'on vient de définir, on peut déterminer le rendement hydraulique de la turbine (ou rendement manométrique) par la relation suivante :

$$\eta_m = \frac{H_{eff}}{H_n} \quad et \quad \eta_{m\infty} = \frac{H_{eff\infty}}{H_n} \tag{3.9}$$

3.2.2 Qualité de l'énergie : degré de réaction

Comme pour les pompes, on définit pour les turbines un degré de réaction égal au rapport entre le travail de transvasement et le travail net :

$$\sigma = \frac{W_{T_{1\to2}}}{W_{n_{1\to2}}} = \frac{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}}{W_{n_{1\to2}}} \tag{3.10}$$

Ce qui peut également se mettre sous la forme :

$$\sigma = \frac{p_2 - p_1}{\rho W_{n_{1\to2}}} = -\frac{p_2 - p_1}{\rho g H_n} \tag{3.11}$$

En substituant la hauteur nette par la hauteur effective, on obtient alors le degré de réaction théorique :

$$\sigma_{th} = -\frac{p_2 - p_1}{\rho g H_{eff}} \tag{3.12}$$

Remarque : Comme pour les pompes, il faut noter que σ variera le long du rayon (cas des aubes longues).

3.2.3 Pertes diverses

On retrouve pour les turbines hydrauliques les mêmes types de pertes que pour les pompes centrifuges, c'est à dire :

- pertes hydrauliques : pertes de charge, pertes par chocs
- pertes volumétriques : débit de fuite
- pertes mécaniques : frottements mécaniques (paliers, pivots...) et frottement du disque

3.2.4 Cavitation

Les roues des turbines hydrauliques génèrent des variations de pression, le phénomène de cavitation peut se produire dans les zones de dépression. Ce phénomène est à nouveau caractérisé par l'apparition de bruits et vibrations et génère une baisse considérable du rendement tout en pouvant provoquer une usure prématurée de l'organe mobile.

Le phénomène de cavitation se produit près de l'axe où la vitesse est importante ce qui génère l'apparition de poches de vapeur et de bulles.

3.2.5 Rendements

- Nous avons précédemment défini le rendement manometrique de la turbine sous la forme :

$$\eta_m = \frac{H_{eff}}{H_n} \tag{3.13}$$

- On peut également définir le rendement manometrique de l'installation sous la forme :

$$(\eta_m)_{inst} = \frac{H_{eff}}{H_b} \tag{3.14}$$

- En prenant en compte le débit de fuite on obtient le rendement volumétrique :

$$\eta_v = \frac{Q-q}{q} \tag{3.15}$$

- Il faut également considérer les pertes mécaniques et pour cela introduire un rendement mécanique η_{mec}.

Le rendement global est alors le produit des trois rendements exposés ci-dessus, soit donc pour la turbine :

$$\eta_{gl} = \eta_m \eta_v \eta_{mec} \tag{3.16}$$

ou :

$$\eta_{gl} = \frac{\wp_a}{\wp_n} = \frac{\wp_a}{\rho g Q H_n} \tag{3.17}$$

3.3 Machines motrices à fluide compressible

3.3.1 Bilans énergétiques

Les relations que nous avons énoncées pour l'étude des compresseurs sont également valables pour les turbines à fluide compressible. Il faut simplement noter que comme nous nous situons dans le cadre des machines motrices, les différents travaux seront résistifs donc négatifs. On a ainsi :

$$\begin{cases} W_{n_{1\to2}} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} < 0 \\ W_{i_{1\to2}} = W_{n_{1\to2}} - W_{f_{1\to2}} < 0 \\ W_{a_{1\to2}} = W_{i_{1\to2}} - W_{m_{1\to2}} < 0 \end{cases} \tag{3.18}$$

de même le Premier Principe de la Thermodynamique permet d'écrire :

$$H_2 - H_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = W_{i_{1\to2}} + Q_{e_{1\to2}} \tag{3.19}$$

Sachant que pour toutes ces relations, les termes de pesanteur peuvent être négligés car le fluide considéré est un gaz.

Remarque : Comme pour les compresseurs, on pourra associer à la détente se produisant dans la turbine, une évolution polytropique ayant mêmes points de départ et d'arrivée que les évolutions réelles supposées adiabatiques.

3.3.2 Degré de réaction

La relation définissant le degré de réaction σ est la même que l'on soit en machine génératrice ou en machine motrice :

$$\sigma = \frac{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}}{W_{n_{1\to2}}} = \frac{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}}{\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_2^2-C_1^2}{2}} \tag{3.20}$$

en négligeant les termes de pesanteur et en considérant les transformations réelles.

La difficulté résulte toujours dans la maîtrise de l'évolution de la masse volumique en fonction de la variation de pression. Le travail de transvasement est alors très difficile à estimer d'où un recours aux évolutions types associées.

Si on applique le Premier Principe de la Thermodynamique dans le distributeur, on obtient la relation suivante :

$$H_2 - H_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = Q_{e_{1\to2}} \tag{3.21}$$

Si on considère que l'étage est périodique, on aura $\overrightarrow{C_1} = \overrightarrow{C_3}$

Si le distributeur n'est pas refroidi et qu'on y néglige les pertes par rayonnement, on peut négliger les effets de la température en posant $Q_{e_{1\to2}} = 0$ d'où :

$$H_2 - H_1 = -\frac{C_2^2 - C_1^2}{2} = -\frac{C_2^2 - C_3^2}{2} = (\Delta H)_{dist} \tag{3.22}$$

soit donc pour le degré de réaction σ :

$$\sigma = \frac{\int_2^3 \frac{dp}{\rho}}{\int_2^3 \frac{dp}{\rho} + \frac{C_3^2-C_2^2}{2}} = \frac{\int_2^3 \frac{dp}{\rho}}{\int_2^3 \frac{dp}{\rho} + (\Delta H)_{dist}} \tag{3.23}$$

Le degré de réaction théorique est issu des considérations obtenues en associant à l'évolution réelle une évolution adabatique réversible (SQ) :

$$\sigma_{th} = \frac{(\Delta H_{SQ})_{roue}}{(\Delta H_{SQ})_{roue} + (\Delta H_{SQ})_{dist}} \tag{3.24}$$

Remarque : Contrairement à ce qui se passe avec les compresseurs, le degré de réaction théorique de la turbine est inférieur au degré de réaction réel.

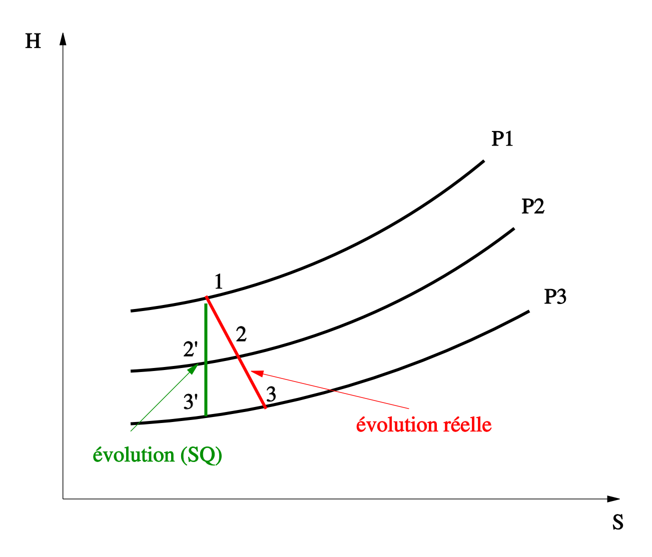


Photo 3.2 – Comparaison des évolutions SQ et réelle

Le diagramme de la figure 3.2 montre que :

– dans la roue :

$$\int_2^3 \frac{dp}{\rho}\bigg|_{reel} = (\Delta H_{rel} - Q_f)_{roue} = (1+\alpha)(\Delta H_{SQ})_{roue} \tag{3.25}$$

– dans le distributeur :

$$(\Delta H)_{dist} = (1+\xi)(\Delta H_{SQ})_{dist} \tag{3.26}$$

avec α et ξ quantités positives ($0,2 < \alpha < 0,3$ et $0,1 < \xi < 0,2$). Le degré de réaction σ prend alors la forme :

$$\sigma = \frac{(1+\alpha)\,(\Delta H_{SQ})_{roue}}{(1+\alpha)\,(\Delta H_{SQ})_{roue} + (1+\xi)\,(\Delta H_{SQ})_{dist}} > \sigma_{th} \tag{3.27}$$

3.3.3 Rendements

Les rendements que nous allons considérer seront comme pour les compresseurs rapportés aux évolutions types présentées au chapitre 2.

3.3.3.1 Rendement rapporté à SQ

Son expression est donnée par la relation :

$$\eta_{SQ} = \frac{W_{a_{1\to 2}}}{W_{n(SQ)_{1\to 2}}} = \frac{W_{a_{1\to 2}}}{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}\Big|_{SQ} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2}} \tag{3.28}$$

Remarques :

– Pour les turbines l'énergie cinétique de sortie est souvent perdue ou non récupérable : de ce fait, on peut donner une expression plus faible mais plus réelle du rendement sous la forme :

$$\eta_{SQ} = \frac{W_{a_{1\to 2}}}{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}\Big|_{SQ} - \frac{C_1^2}{2}} \tag{3.29}$$

– Comme $W_{a_{1\to2}} = W_{i_{1\to2}} - W_{m_{1\to2}}$, on peut établir l'expression suivante du rendement interne (ou indiqué) aux pertes mécaniques près :

$$\eta_{i_{SQ}} = \frac{W_{i_{1\to2}}}{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}\Big|_{SQ} - \frac{C_1^2}{2}} \tag{3.30}$$

– De même le Premier Principe de la Thermodynamique permet d'établir dans la turbine :

$$W_{i_{1\to2}} = H_2 - H_1 + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} - Q_{e_{1\to2}} \tag{3.31}$$

d'où l'expression suivante pour le rendement interne en négligeant ΔE_c et les pertes thermiques $Q_{e_{1\to2}}$:

$$\eta_{i_{SQ}} = \frac{(H_2 - H_1)_{rel}}{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}\Big|_{SQ}} \tag{3.32}$$

soit donc :

$$\eta_{i_{SQ}} = \frac{(\Delta H)_{rel}}{(\Delta H)_{SQ}}$$

3.3.3.2 Rendement rapporté à k

Nous avons défini précédemment le coefficient k de l'évolution polytropique :

$$\frac{k-1}{k} = \frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1}} \tag{3.33}$$

le rendement interne vaut alors :

$$\eta_{int} = \frac{(H_2 - H_1)_{rel}}{{}_1^2 \frac{dp}{\rho}} = \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1}}{\frac{k}{k-1}} \tag{3.34}$$

3.4 Turbines axiales à fluide compressible

On rappelle rapidement le principe de fonctionnement d'une turbine à fluide compressible sur la figure 3.3.

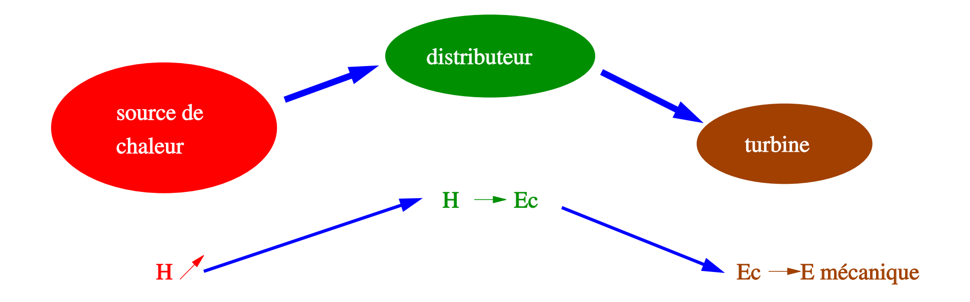


Photo 3.3 – Schéma théorique d'une machine à fluide compressible

Dans la suite de l'étude, on s'attachera principalement à caractériser les évolutions dans le distributeur et la turbine.

3.4.1 Tuyères et aubes distributrices

Comme indiqué sur le schéma 3.3, les tuyères et aubes distributrices on pour but de transformer l'énergie thermique (enthalpie) en énergie cinétique. Elles donneront alors au filet fluide une direction convenable pour attaquer les aubes de la roue mobile. Pour rester dans le système de notations précédent, on indicera à (1) tout ce qui concerne l'entrée du distributeur et (2) ce qui se passe à la sortie.

Suivant le taux de détente $\frac{p_2}{p_1}$, la tuyère pourra être convergente ou devra être convergente puis divergente. On appelle tuyère l'ensemble des séries d'aubes composant le distributeur.

L'écoulement du fluide peut atteindre un état critique, c'est à dire que le fluide atteint une vitesse supersonique en fin de convergence, soit en fin de tuyère convergente, soit au col d'une tuyère convergente-divergente. On a alors la relation :

$$\frac{p_c}{p_1} = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \tag{3.35}$$

avec p_c qui représente la pression dans le col (convergente-divergente) ou $p_c = p_2$ (convergente). Pour de l'air pur à $20°$, on a $\gamma = 1,4$ soit $\frac{p_c}{p_1} = 0,527$.

3.4.1.1 Etude du rendement

Supposons qu'à l'entrée de la tuyère, l'enthalpie soit prépondérante sur la vitesse de l'écoulement, on a alors :

$$(H_2 - H_1) + \frac{1}{2}C_2^2 = \underbrace{W_{i_{1\to 2}}}_{=0} + \underbrace{Q_{e_{1\to 2}}}_{=0} \tag{3.36}$$

soit :

$$H_2 + \frac{1}{2}C_2^2 = H_1 \tag{3.37}$$

d'où :

$$C_{2_{th}} = \sqrt{2(\Delta H)_{SQ}} \tag{3.38}$$

On arrive alors à déterminer à partir du Premier Principe de la Thermodynamique la vitesse absolue en entrée de la roue. La vitesse C_2 est une fraction de $C_{2_{th}}$ donnée par :

$$C_2 = \varphi C_{2_{th}} = \varphi\sqrt{2(\Delta H)_{SQ}} \tag{3.39}$$

Si les aubes du distributeur ne sont pas refroidies, on a de plus :

$$C_2 = \sqrt{2(\Delta H)_{rel}} \tag{3.40}$$

En effet, lorsque les aubages ne sont pas refroidis, on considère que l'évolution réelle est adiabatique. Le rendement de la détente par rapport à la détente adiabatique réversible (donc isentropique) et le coefficient φ sont liés par la relation :

$$\eta_{SQ} = \frac{\Delta H_{rel}}{\Delta H_{SQ}} = \varphi^2 \tag{3.41}$$

φ est un coefficient de ralentissement qui varie de 0,94 à 0,97. La valeur la plus élevée est obtenue pour les tuyères les plus courtes, c'est à dire pour les tuyères convergentes-divergentes.

3.4.1.2 Intérêt du refroidissement des aubes

Afin d'augmenter la tenue du matériau et d'utiliser une température de sortie de chambre de combustion la plus élevée possible, on peut être amené à assurer le refroidissement des aubages du distributeur, et ainsi améliorer le rendement de la détente. On rencontre différents procédés permettant le refroidissement des aubes d'une roue fixe ou mobile.

- Refroidissement par convection interne : Le refroidissement est obtenu en générant une circulation d'air du pied de l'aube vers son rayon extérieur. L'échange de chaleur se fait par convection entre le métal et l'air constamment renouvelé. On peut augmenter le refroidissement en augmentant les surfaces d'échange (refroidissement multi-passe).
- Refroidissement par film-cooling : Cette technique est utilisée pour refroidir principalement les bord d'attaque et de fuite. Les trous sont percées par électro-érosion ou par électrochimie. L'air de refroidissement constitue une barrière isolante entre le métal et les gaz chauds et on arrive de cette façon à uniformiser la température de l'aube. La limite de cette technique est le refroidissement par transpiration où la surface des aubes serait constituée d'un matériau poreux qui permet d'obtenir un film-cooling continu.
- Refroidissement par choc : Il est surtout utilisé pour refroidir les bord d'attaque. Une série d'orifices fait communiquer le canal d'arrivée de l'air et une cavité située le plus près possible du bord d'attaque. L'air de refroidissement est ainsi dirigé à grande vitesse dans la cavité du bord d'attaque et les coefficients d'échanges sont augmentés.

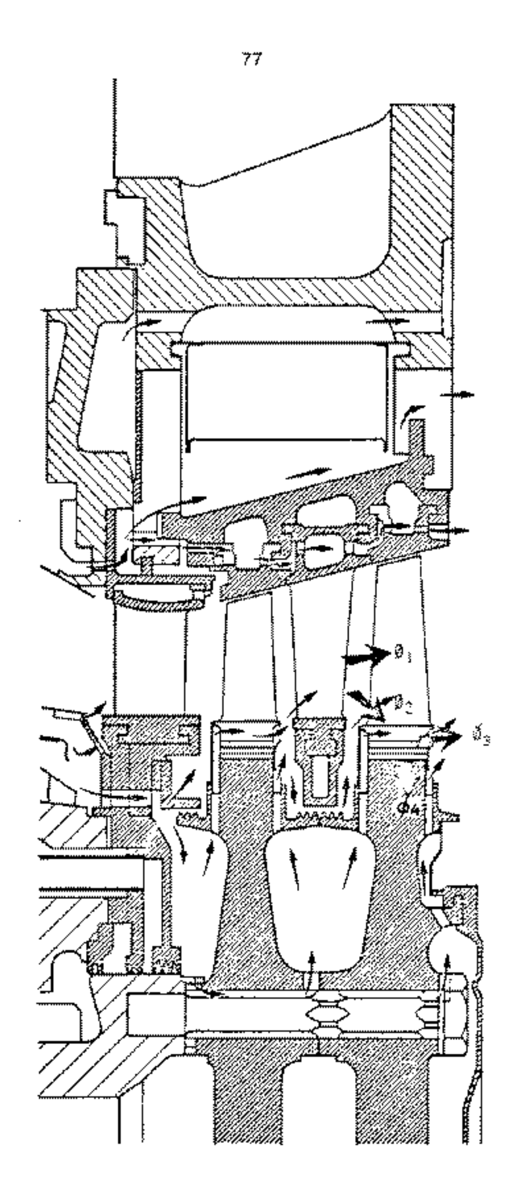


Photo 3.4 – Turbine haute pression avec aubes fixes et mobiles refroidies par convection interne

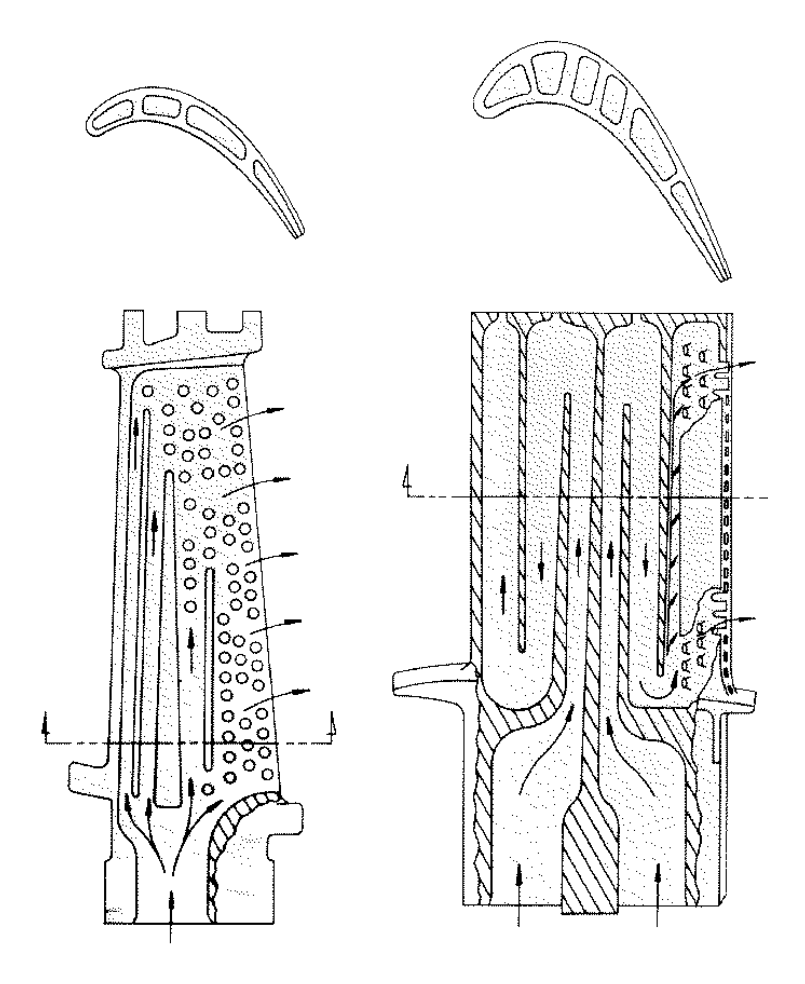


Photo 3.5 – Aube mobile refroidie par convection interne multi-passe

- Chapitre 4 -

Turbo-moteurs et Turbo-réacteurs

4.1 Introduction

Un avion en vol est un corps placé dans un fluide, il est soumis à 2 types de forces comme indiqué sur la figure 4.1 :

- Forces verticales de poids : $m\overrightarrow{g}$
- Forces horizontales de trainée : $\overrightarrow{T}$

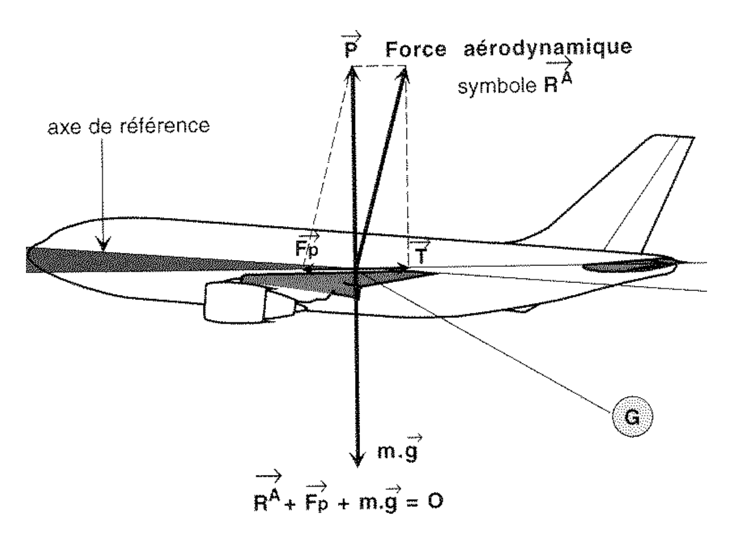


Photo 4.1 – Vol en palier uniforme

Les forces de trainée résultent de la résistance à l'avancement de l'avion et concernent alors l'aérodynamique du fuselage et des surfaces portantes. Le maintient en vol stabilisé horizontal de l'avion passe automatiquement par la création d'efforts égaux et opposés à ces deux forces :

- La portance : Force verticale $\overrightarrow{P}$ dirigée vers le haut et provenant de la mise en mouvement d'une masse de fluide m_z à la vitesse verticale $\overrightarrow{V_z}$.
- La poussée : Force horizontale $\overrightarrow{F_p}$ dirigée vers l'avant et provenant de la mise en mouvement d'une masse M de fluide éjecté à la vitesse $\overrightarrow{V_e}$ après être entrée dans le système de propulsion à la vitesse $\overrightarrow{V_0}$ (vitesse relative entre l'avion et le fluide environnant).

La portance est alors calculée par une étude aérodynamique sur le fuselage et les ailes, la poussée est créé par le système propulsif choisi par le motoriste.

4.2 Les différents systèmes propulsifs

On peut dans un premier temps différencier les systèmes propulsifs en introduisant les notions d'action et de réaction, on a alors :

- Propulsion à action : Le déplacement d'un profil aérodynamique dans l'air génère des forces aérodynamiques conduisant à l'accélération de la masse d'air, c'est le cas des hélices.
- Propulsion à réaction : L'échappement d'un fluide par un orifice avec une certaine vitesse (action) fait que le système se déplacera en sens inverse (réaction). La force sera alors fonction de la masse évacuée et de sa vitesse ; cas du ballon baudruche lâché.

Ensuite, on peut distinguer pour la propulsion par réaction les systèmes utilisant l'air ambiant et ceux ne l'utilisant pas, puis les systèmes à réaction directe ou indirecte. Ces deux dernières nuances seront brièvement développées par la suite.

4.3 Les propulseurs à réaction

L'air est admis dans le propulseur à une vitesse V_0 ; le propulseur accélère la circulation du fluide par un moyen quelconque (aérodynamique, combustion...) et la masse d'air est alors éjectée à la vitesse V_1 en sortie du propulseur comme indiqué sur la figure 4.2.

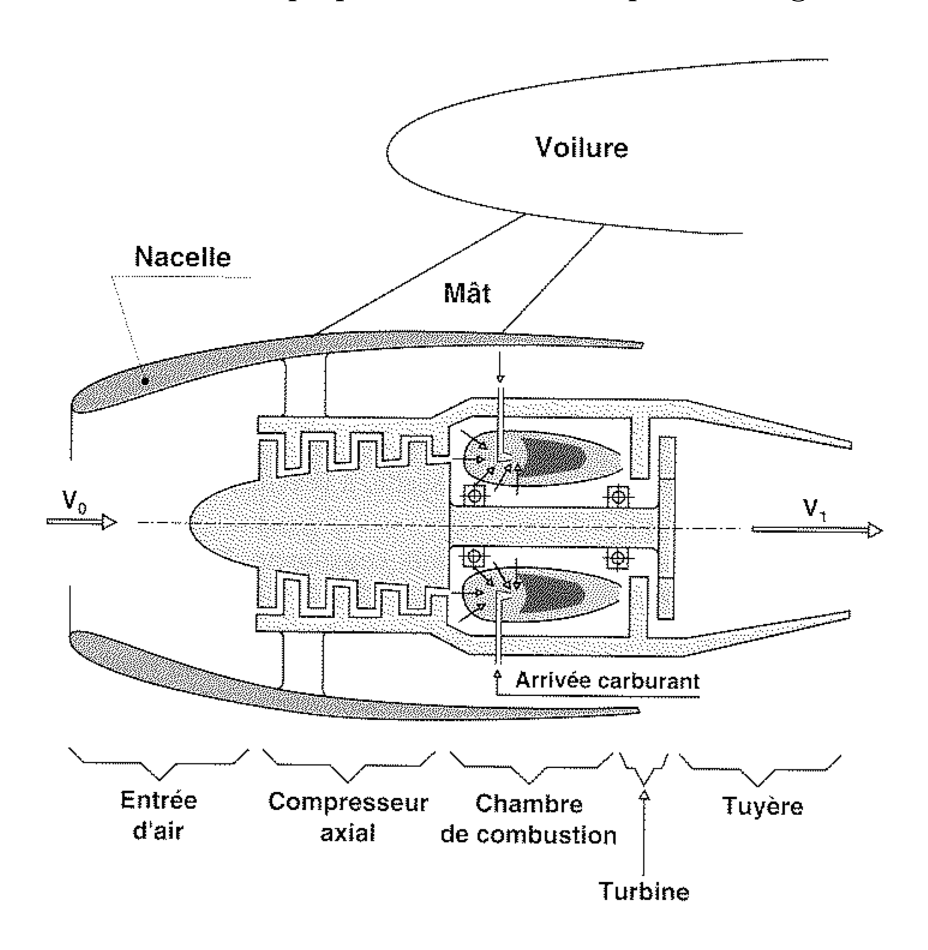


Photo 4.2 – Nacelle propulsive liée par un mât à la voilure

Il résulte de cette variation de vitesse une force horizontale dirigée vers l'avant et nommée “la poussée” valant par application du théorème de la dynamique :

$$F_p = m\gamma = q_m \left(V_1 - V_0\right) \tag{4.1}$$

La poussée dépend uniquement de la masse d'air et de la vitesse d'éjection du fluide. Il n'est donc pas nécessaire en première approximation de tenir compte de la quantité de combustible injecté pour obtenir la valeur de F_p. Dans le cas où on a un mélange des flux (double flux par exemple), on devra adapter cette relation en différenciant les débits massiques respectifs des divers flux.

4.3.1 Fonctionnement des propulseurs à réaction

Les différents propulseurs à réaction répondent au schéma de la figure 4.3.

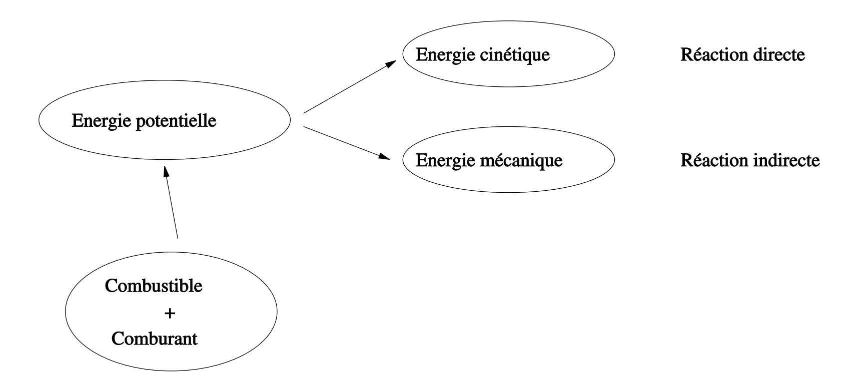


Photo 4.3 – Fonctionnement des propulseurs à réaction

Dans la plupart des propulseurs aéronautiques, le comburant utilisé est l'air. Ce dernier subira des séries de transformations suivant les 3 phases principales

- Phase de compression
- Phase de combustion
- Phase de détente

Un propulseur est alors constitué d'un :

- Etage de compression (statique ou dynamique)
- Etage de combustion (volume constant ou non)
- Etage de détente (Statique ou dynamique)

On peut alors schématiser le fonctionnement du propulseur comme indiqué sur le schéma 4.4.

4.3.2 Le moteur fusée

Si on lâche à l'air libre un ballon gonflé d'air, celui ci se dégonfle et se déplace en sens inverse de l'orifice d'éjection. En chauffant en plus le gaz à l'intérieur, la vitesse de ce dernier augmente. Le moteur fusée utilise ce principe. On trouve alors une chambre de combustion et une tuyère d'éjection sur ce type de moteur comme indiqué sur la figure 4.5.

Le comburant utilisé n'étant pas de l'air, le moteur fusée a pour avantage de pouvoir fonctionner dans le “vide”.

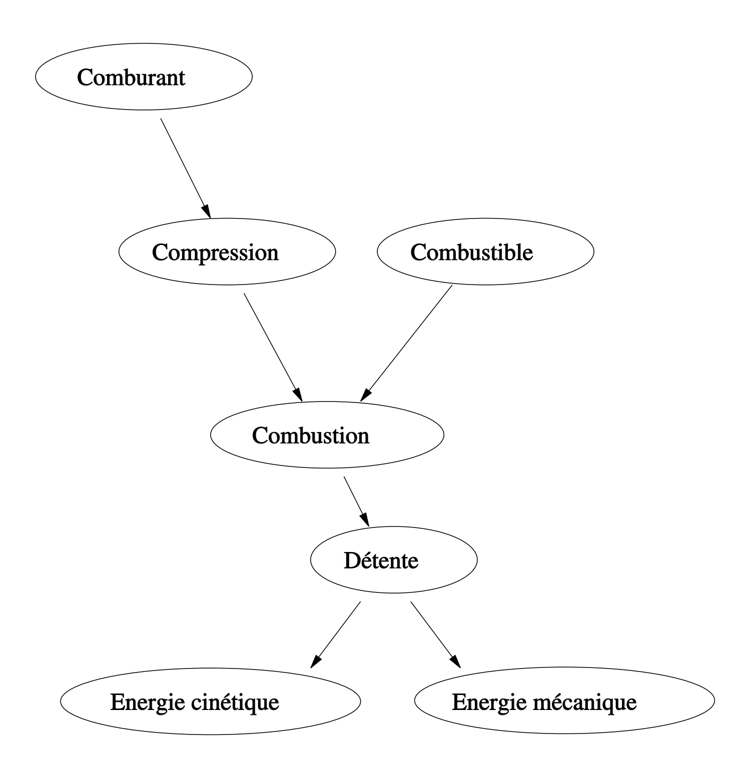


Photo 4.4 – Fonctionnement général d'un propulseur à réaction

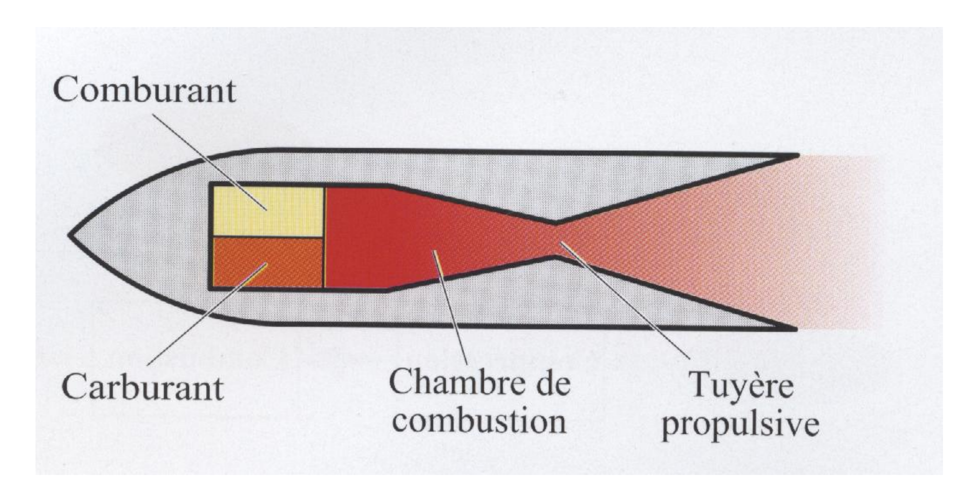


Photo 4.5 – Principe du moteur fusée

4.3.3 Le stato-réacteur

Il n'y a pas d'élément mobile : l'air est aspiré à l'extérieur par une prise d'air, comprimé dans une tuyère par diminution de la vitesse. L'air comprimé entre alors dans la chambre de combustion puis les gaz brûlés sont détendus dans une seconde tuyère (voir figure 4.6).

Ce type de propulseur est utilisé à grande vitesse. La mise en route ne peut s'effectuer que si $\overrightarrow{V_0}$ est suffisamment élevée (300m/s), d'où la nécessité d'une assistance au démarrage.

4.3.4 Le pulso-réacteur

Le principe de fonctionnement est le même que celui du stato-réacteur. On retrouve ainsi l'entrée d'air, la chambre de combustion et la tuyère propulsive. La différence se situe au niveau de la combustion qui est intermittente ou pulsatoire : des volets placés en amont de la chambre de combustion régulent l'entrée d'air. Ils se referment lors de la combustion entraînant une augmentation de la pression interne comme indiqué sur la figure 4.7.

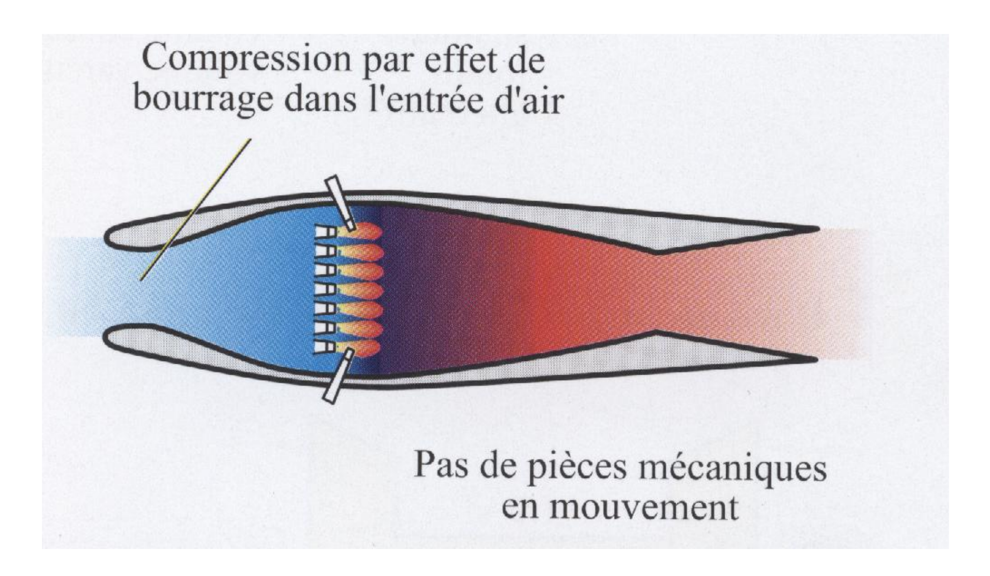


Photo 4.6 – Principe du Stato-réacteur

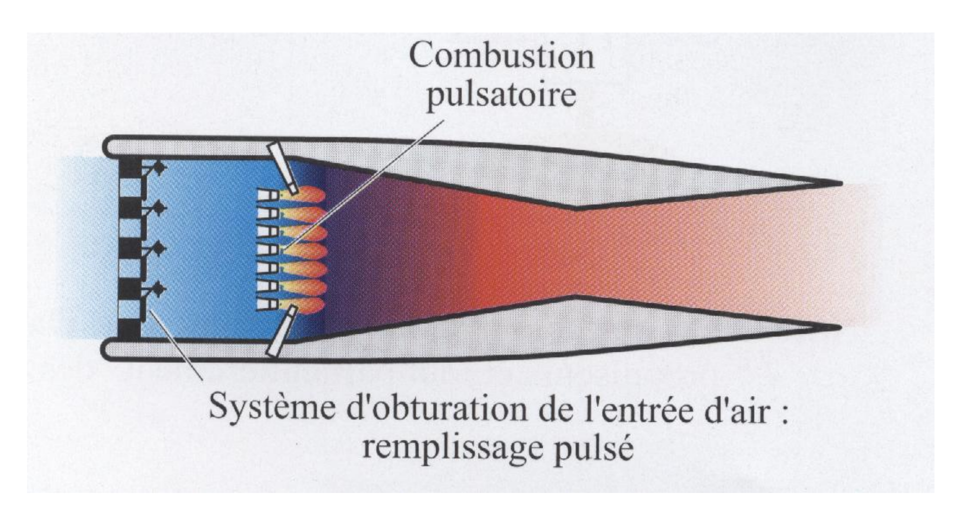


Photo 4.7 – Principe du Pulso-réacteur

L'évacuation des gaz brûlés vers la tuyère provoque la réouverture des volets et une nouvelle admission d'air frais dans la chambre (pseudo-capsulisme).

4.3.5 Le Turbo-réacteur

L'air frais est comprimé et canalisé vers la chambre de combustion par un ensemble "entrée d'air + compresseur". La combustion est continue et les gaz brûlés sont évacués à travers une turbine et une tuyère propulsive (voir figure 4.8).

Une partie de l'énergie cinétique des gaz brûlés alimente la turbine qui entraîne le compresseur (turbine liée) et les accessoires (turbine libre).

La dénomination de "Turbo.." signifie qu'on utilise une turbine à gaz dans le système propulsif. La turbine à gaz sera définie et présentée ultérieurement.

4.3.6 Le Turbo-réacteur à double flux

C'est un Turbo-réacteur dans lequel tout l'air n'est pas utilisé dans le fonctionnement du générateur, on a un écoulement autour du Turbo-réacteur comme montré sur les figures 4.10 et 4.11.

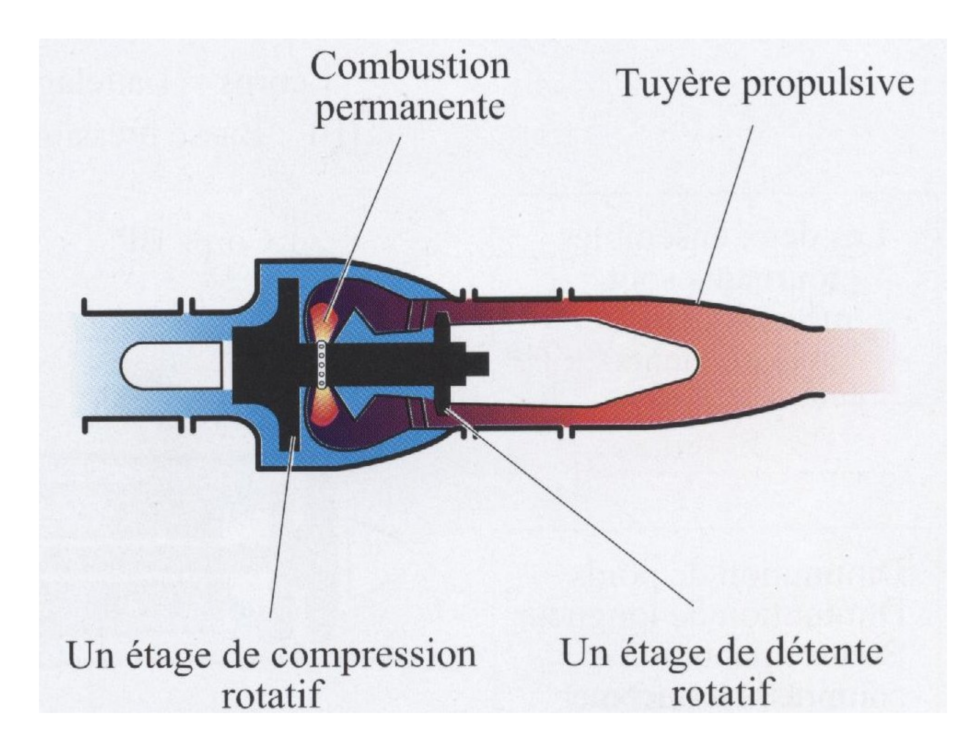


Photo 4.8 – Principe du Turbo-réacteur

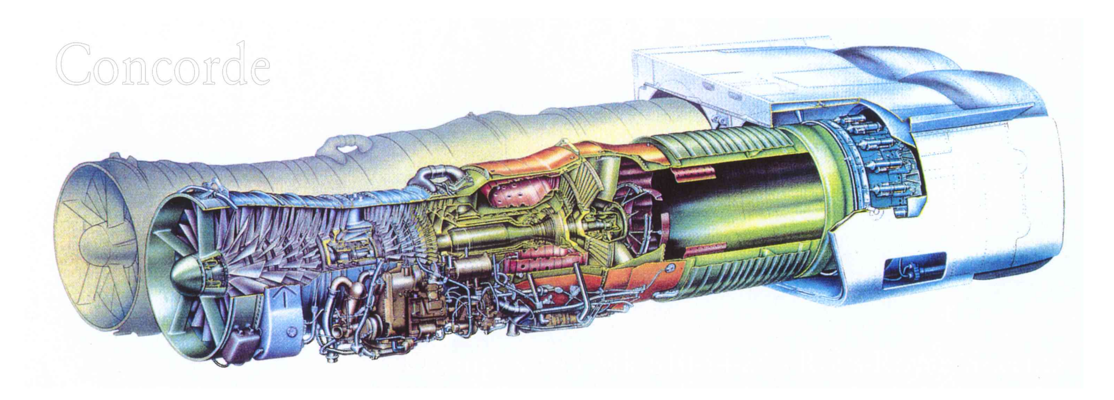


Photo 4.9 – Réacteur monoflux Rolls-Royce/Snecma type Olympus 593

Ainsi, on distingue :

– le flux chaud (générateur de gaz)
– le flux froid (écoulement autour du Turbo-réacteur).

En faisant circuler un flux froid autour du Turbo-réacteur, on améliore le rendement de la propulsion et on diminue la consommation de carburant. Sur la figure 4.12 on présente le Turbo-réacteur double flux CFM 56-5A qui entre autres équipe l'airbus A320.

Sur le moteur CFM 56-5A, les deux premières turbines haute pression entraînent le compresseur haute pression qui alimente la chambre de combustion annulaire. Par un arbre traversant celui du compresseur haute pression, quatre turbines basse pression entraînent le compresseur basse pression et une soufflante d'un diamètre de 1,732m. Le taux de compression en régime de croisière est de 30 et la température à l'entrée des turbines haute pression est de $1100°C$.

La masse d'air brassé par ce moteur est de 386kg/s au niveau de la mer, le taux de dilution[1] est de 6.

Au décollage d'un avion (à $65m/s$), ce type de moteur consommant $1kg/s$ de combustible et

[1] On appele taux de dilution le rapport entre la masse du débit d'air du flux froid et celle du flux chaud.

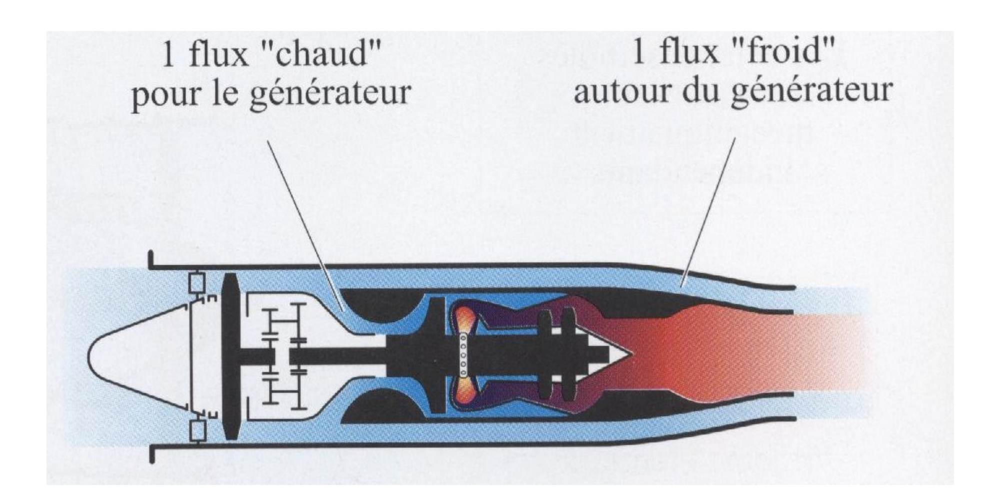


Photo 4.10 – Principe du Turbo-réacteur double flux

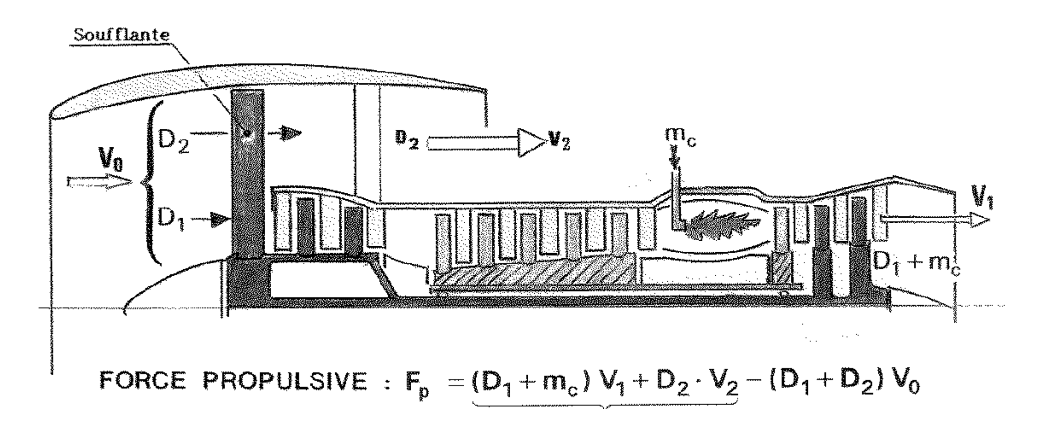


Photo 4.11 – Schéma de principe d'un double flux

éjectant respectivement deux flux $V_1 = 450m/s$ et $V_2 = 300m/s$, avec un taux de dilution de 6, on obtient une poussée(2) par moteur de $F_p = 99410N$.

(2)Voir calcul de la poussée d'un réacteur (relation 4.1) adaptée au cas du double-flux.



Photo 4.12 – Réacteur double flux CFM 56-5A

4.3.7 Le Turbo-réacteur à double corps

On trouve dans ce Turbo-réacteur deux ensembles tournants indépendants appelés corps Basse Pression et corps Haute Pression. L'arbre de transmission du corps BP est logé à l'intérieur de l'arbre de transmission du corps HP comme indiqué sur la figure 4.13.

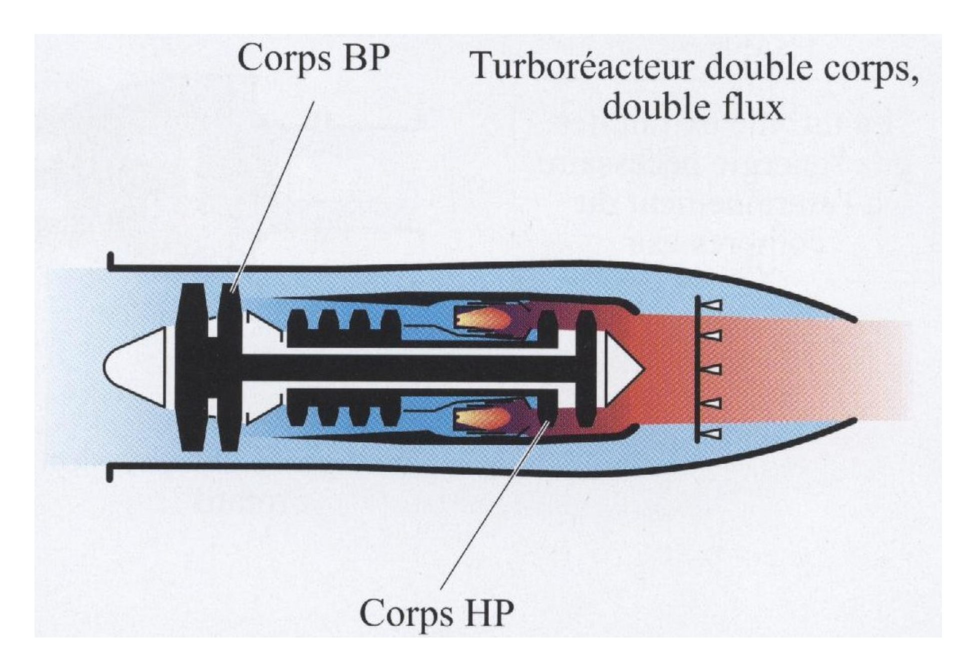


Photo 4.13 – Principe du Turbo-réacteur à double corps

On obtient avec ce type de propulseur des taux de compression identiques à ceux d'un monocorps avec moins d'étages de compression. On améliore alors le rendement en diminuant le poids et la longueur du moteur.

Remarque : Le propulseurs que nous venons de présenter sont des propulseurs à réaction directe. Les suivants sont à propulsion indirecte.

4.3.8 Le Turbo-propulseur

Par Turbo, on entend l'utilisation d'une turbine à gaz et par propulseur l'association d'une hélice sur le moteur comme indiqué sur le schéma 4.14.

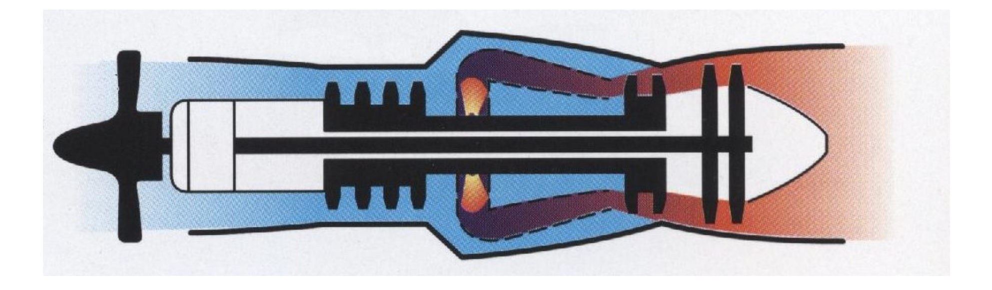


Photo 4.14 – Schéma de principe d'un Turbo-propulseur

L'entrée d'air étant en général située derrière l'hélice, le souffle de cette dernière favorise l'alimentation du groupe compresseur. L'arbre d'hélice est lié à l'arbre turbine compresseur par l'intermédiaire d'un réducteur. La vitesse d'éjection des gaz (V_1) à la sortie du moteur est sensiblement égale à la vitesse de l'avion, d'où une poussée nulle.

Bien que communément, on admette que le Turbo-moteur a remplacé l'hélice, elle reste malgrès tout prometteuse d'avenir au travers de ses évolutions modernes comme le Propfan. C'est une hélice transsonique sur la majorité de la longueur des pales, capable de dépasser la barrière de vitesse limite des avions équipés de Turbo-propulseurs (Mach 0,65 à 10 000m). Ces hélices ont un profil très particulier, et leur mise au point reste du domaine de la recherche pour les laboratoires de mécanique des fluides et d'aérodynamique. Un exemple de ce type de réalisation est donné sur la figure 4.15.



Photo 4.15 – Modèle d'un Propfan de 2,75 m de diamètre

4.3.9 Le Turbo-moteur

Comme indiqué sur la figure 4.16, l'arbre de transmission de la turbine à gaz est dans ce cas utilisé pour différentes applications : rotor d'hélicoptère, pompe hydraulique...

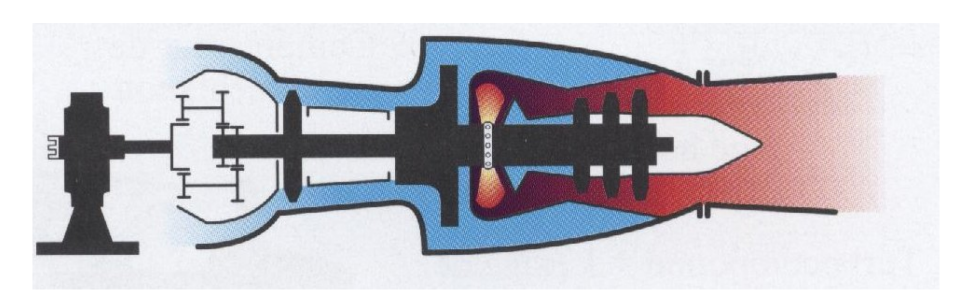


Photo 4.16 – Schéma de principe d'un Turbo-moteur

4.3.10 Le Turbo-moteur turbine libre

Une turbine à gaz fournit de l'énergie cinétique à une turbine libre indépendante qui la transforme en énergie mécanique sur un arbre récepteur comme illustré sur la figure 4.17.

4.4 Les turbines à gaz

L'appellation de turbine à gaz que nous avons employée dans la présentation des différents propulseurs est utilisée lorsqu'on s'intéresse au schéma "compression-combustion-détente". La turbine à gaz est alors constituée par les différents éléments :

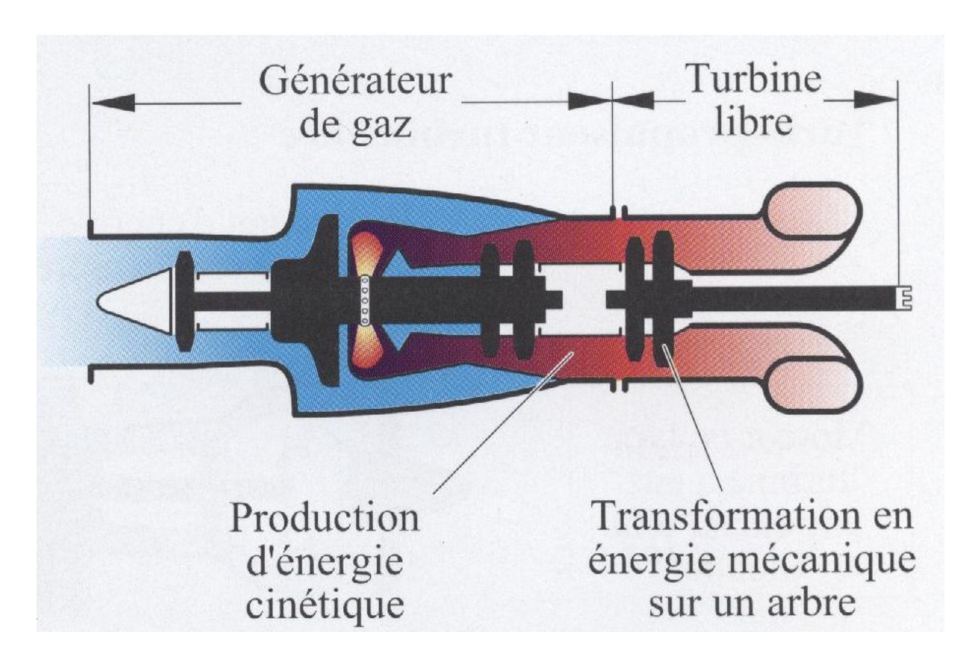


Photo 4.17 – Schéma de principe d'un Turbo-moteur turbine libre

- Phase de compression : entrée d'air + compresseur
- Phase de combustion : chambre de combustion
- Phase de détente : turbine + tuyère

Suivant la turbine à gaz utilisée, la disposition et la forme des différents organes peut évoluer avec le moteur, mais on retrouve toujours ces organes de base.

4.4.1 L'entrée d'air

L'entrée d'air est un conduit destiné à capter l'air et à le diriger convenablement vers le compresseur. Ainsi la forme des entrées d'air sera calculée de manière à amener le flux de fluide dans les meilleures conditions (conformément au diagramme des vitesses) sur les pales du compresseur.

4.4.1.1 Turbo-réacteur

Dans un Turbo-réacteur, la section de passage à l'entrée est divergente pour augmenter la pression. On transforme l'énergie cinétique en énergie de pression.

4.4.1.2 Turbo-propulseur

L'entrée d'air est située derrière l'hélice, ce qui permet une augmentation de l'admission en air.

4.4.1.3 Turbo-moteur

L'entrée d'air des Turbo-moteurs est généralement latérale et de section constante. Elle n'assure pratiquement pas de transformation sur l'écoulement de fluide.

4.4.2 Le compresseur

Les compresseurs ont été étudiés au chapitre 2. On retrouvera dans les turbines à gaz des compresseurs centrifuges et des compresseurs axiaux comme celui présenté sur la figure 4.18[3].

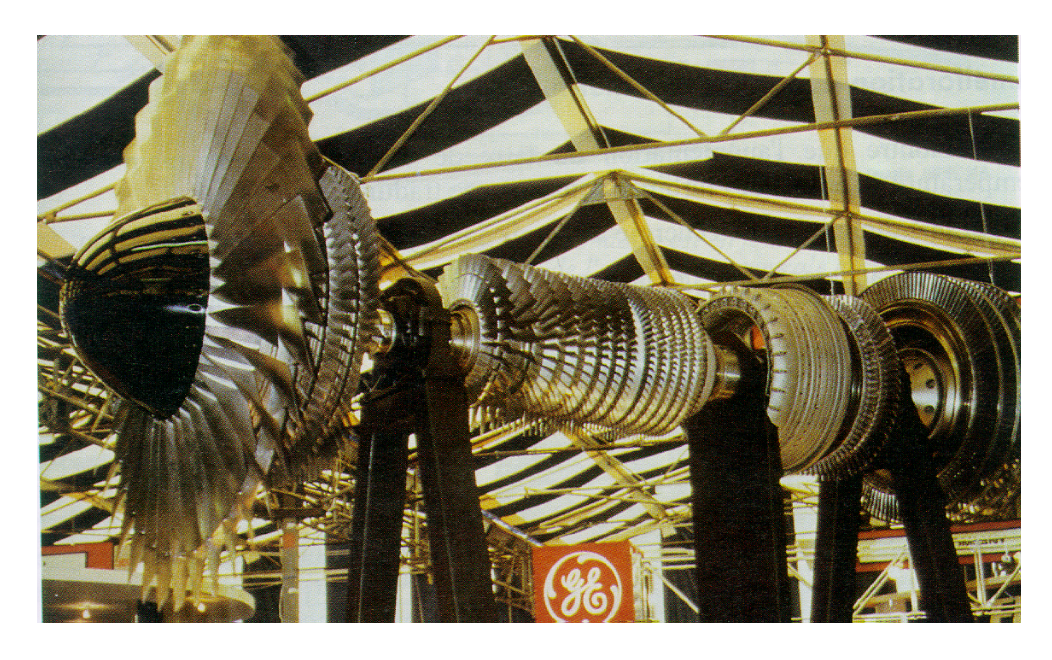


Photo 4.18 – Ensembles tournants du réacteur CF6-80 C 2 de General Electric

Nous allons simplement donner des compléments de vocabulaire. Dans le "jargon" motoriste, on désignera par :

- rouet : l'organe mobile d'un compresseur centrifuge.
- rotor : l'organe mobile d'un compresseur axial.
- diffuseur : l'organe fixe d'un compresseur centrifuge.
- redresseur : l'organe fixe d'un compresseur axial.

4.4.3 La chambre de combustion

Son rôle est de brûler le mélange comburant-carburant et de délivrer les gaz brûlés vers la turbine. On retrouve 2 types de chambres de combustion :

- les chambres annulaires
- les chambres multiples

Pour limiter les températures à l'intérieur de la chambre de combustion, une partie seulement de l'oxygène est utilisée dans la combustion (1/4), l'autre partie du débit d'air servant à refroidir la partie externe de la chambre. Sur la figure 4.19, on montre le principe de fonctionnement d'une chambre de combustion type Turboméca.

Le rendement de la combustion est d'environ 95%. Le rapport carburant/air pour obtenir une bonne combustion est d'environ 1/15, mais on le limite à un rapport 1/50 pour des raisons de refroidissement comme indiqué précédemment.

[3] corps haute pression et corps basse pression (compresseur axial BP appelé Booster et une grande souffante de 2,36m de diamètre). Poussée nominale : 260-270kN

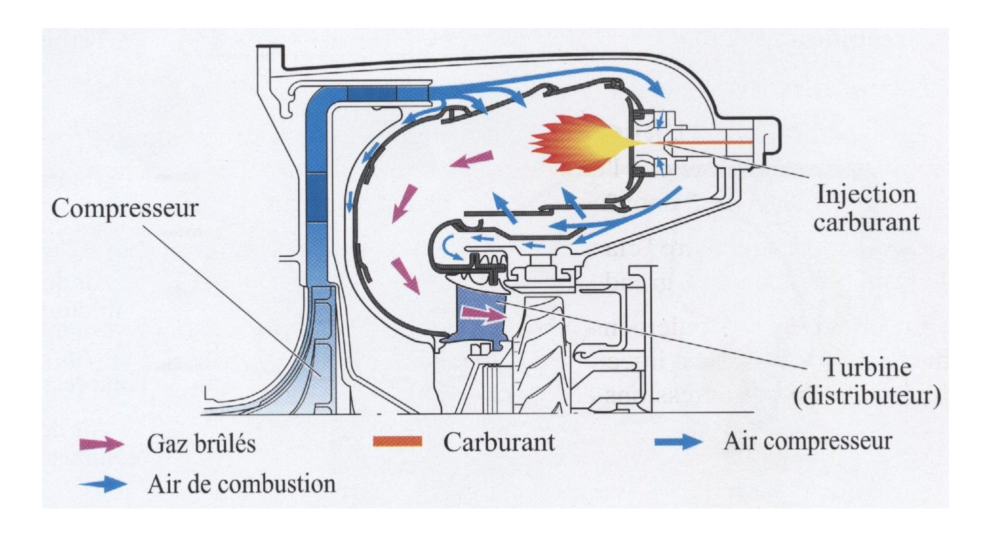


Photo 4.19 – Chambre de combustion type Turboméca

4.4.4 La turbine

Nous avons vu les turbines au chapitre 3. Elles sont soumises à des contraintes mécaniques importantes (effet centrifuge) et à de très hautes températures (gaz brûlés). Nous avons vu que pour limiter l'effet du fluage sur les aubes de la turbine il existait différents types de refroidissement. On leur associe de plus une répartition de la température contrôlée par la chambre de combustion (minimale au pied de l'aube et maximale au 2/3 de la hauteur).

4.4.5 La tuyère d'éjection

Son rôle est d'évacuer les gaz chauds sous pression sortant des turbines en leur communiquant le maximum de vitesse et obtenir le maximum de poussée. Elle est en général de section convergente puis divergente ou simplement convergente.

Remarques :

- Dans un Turbo-moteur, la détente s'effectue principalement dans la turbine. Un accroissement de poussée n'étant pas forcément souhaité, la tuyère peut former un passage divergent.
- On peut trouver sur certains moteurs des tuyères convergentes à section mécaniquement variable, ce qui permet de réguler la détente et la poussée comme indiqué sur la figure 4.20.
- Les systèmes d'inversion de flux (reverse) permettant de ralentir les avions après le posé se situent sur la tuyère ou après celle-ci (voir figures 4.20 et 4.21).

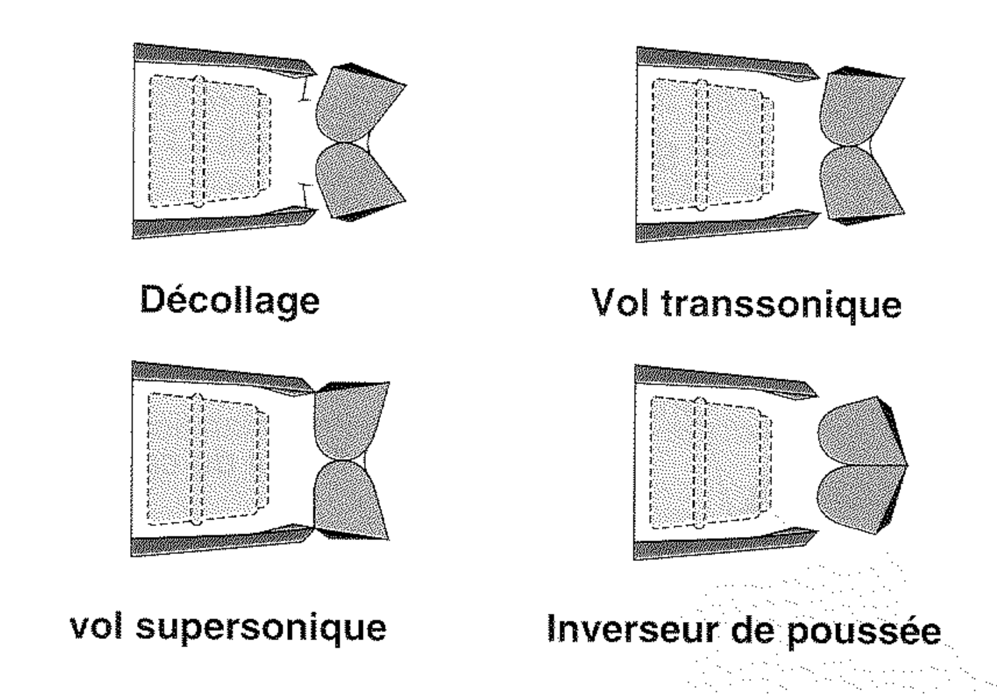
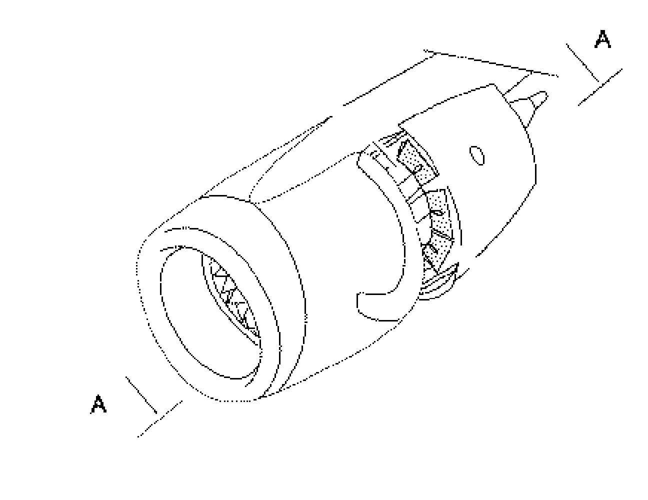
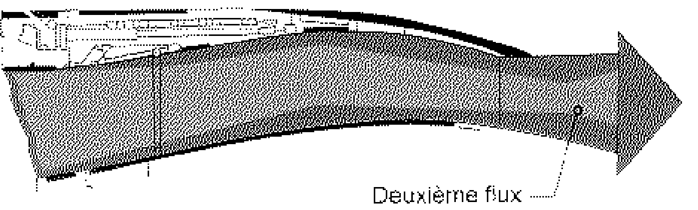


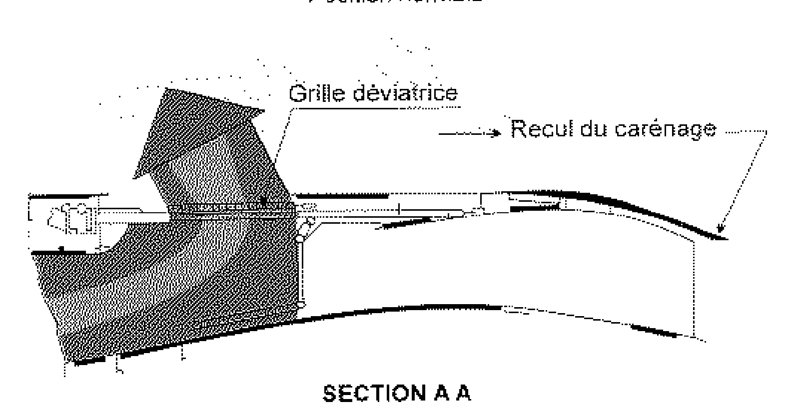
Photo 4.20 – Inverseur à coquilles permettant le passage subsonique/supersonique





SECTION A A

Position normale



SECTION A A

Position inverseur de poussée

Photo 4.21 – Inverseur à grilles

4.5 Poussée d'un réacteur

Pour un propulseur à réaction directe, la poussée est la performance essentielle. La poussée est la force de réaction de l'accélération d'une masse m de fluide. Nous l'avons déjà définie précédemment. La poussée peut se calculer expérimentalement en montant un propulseur sur un banc d'essai comme indiqué sur la figure 4.22.

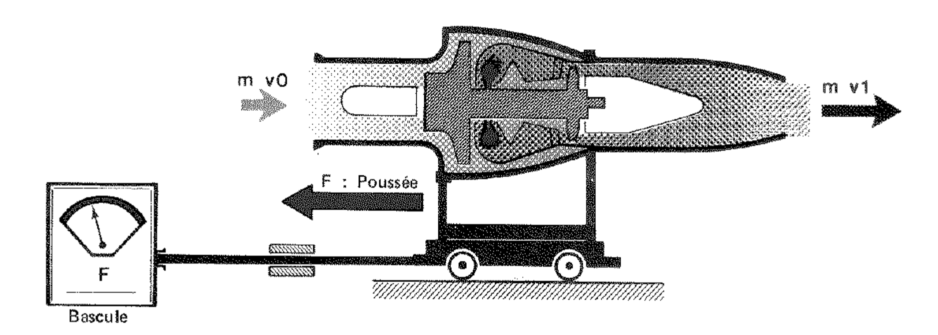


Photo 4.22 – Mesure de la poussée d'un Turbo-réacteur

Remarque : Pour un Turbo-propulseur, on doit intégrer l'action de l'hélice dans le calcul de la poussée comme indiqué sur la figure 4.23. La poussée totale est alors la somme de la poussée de l'hélice et de la poussée du générateur de gaz.

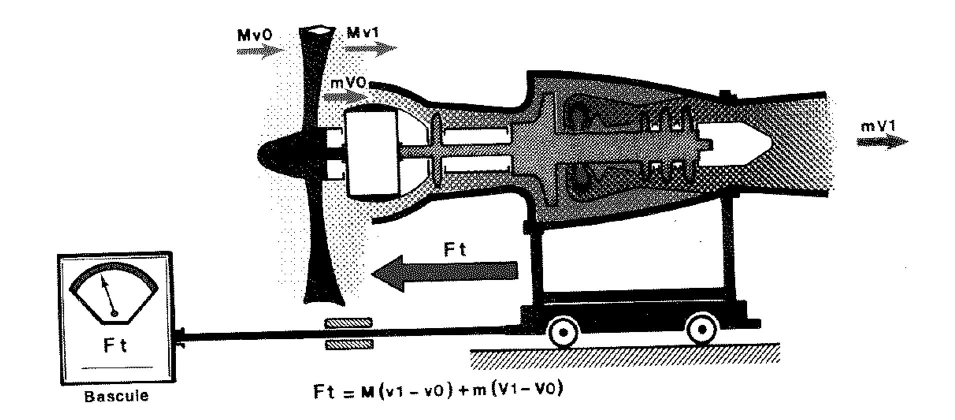


Photo 4.23 – Mesure de la poussée d'un Turbo-propulseur

- Poussée hélice : $M(v_1 - v_0)$ avec M grande masse d'air, petite différence de vitesse $(v_1 - v_0)$
- Poussée résiduelle : $m(V_1 - V_0)$ avec m petite masse d'air et grande différence de vitesse $(V_1 - V_0)$

La poussée totale est alors de la forme :

$$F_p = m(V_1 - V_0) + M(v_1 - v_0) \tag{4.2}$$

4.6 Les matériaux utilisés

Dans la conception des turbines à gaz, on utilise une gamme très variée de matériaux. On cherche en effet, comme les applications les plus courantes sont dans le domaine aéronautique, le meilleur compromis poids/résistance mécanique et thermique. Ainsi, on retrouve :

- Aciers : faiblement ou fortement alliés (pignons, arbres,...)
- Alliages légers : base aluminium ou magnésium (entrée d'air, réducteurs, carters...)
- Alliages de titane : fabrication des compresseurs
- Alliages spéciaux : matériaux réfractaires (roue de turbine, tuyères,...)

- Chapitre 5 -

Exercices

5.1 Application des bilans énergétiques 1

A l'entrée 1 d'une pompe, l'eau est à la pression $P_1 = 1bar$. A la sortie, la pression est $P_2 = 8bar$. On donne $C_1 = C_2$ et $z_1 = z_2$.

Sachant que les pertes mécaniques valent 2% du travail indiqué et que les pertes par frottement visqueux valent 2% du travail net, calculer la puissance à dépenser sur l'arbre de la pompe pour pomper $10l/s$ d'eau.

5.2 Application des bilans énergétiques 2

A l'entrée 1 d'une pompe, l'eau est à la pression $P_1 = 8bar$. A la sortie, la pression est $P_2 = 1bar$. On donne $C_1 = C_2$ et $z_1 = z_2$.

Sachant que les pertes mécaniques valent 2% du travail indiqué et que les pertes par frottement visqueux valent 2% du travail net, calculer la puissance à dépenser sur l'arbre de la pompe pour pomper $10l/s$ d'eau.

5.3 Conduite d'air calorifugée

Une conduite d'air calorifugée est alimentée par un réservoir de grand volume ($C_1 = 0$). A l'entrée, on note $P_1 = 4bar$, $T_1 = 350°K$, à la sortie $P_2 = 1bar$, $T_2 = 235°K$.

La chute d'enthalpie est $H_2 - H_1 = -115kJ/kg$.

Calculer la vitesse du fluide en sortie de conduite.

5.4 Compresseur adiabatique

Un compresseur transforme adiabatiquement de l'air de $P_1 = 1bar$ à $P_2 = 5bar$. Les températures en entrée et en sortie du compresseur sont respectivement $T_1 = 15°C$ et $T_2 = 183°C$.

Calculer la puissance nécessaire à la compression pour un débit massique $q_m = 3kg/s$, si $C_1 = 0$, $C_2 = 50m/s$ et $H_2 - H_1 = 168kJ/kg$.

5.5 Turbine

Un gaz se détend dans les aubages d'une turbine. L'enthalpie initiale est $H_1 = 207kcal/kg$, la vitesse en entrée est $C_1 = 70m/s$. L'enthalpie finale est $H_2 = 79,4kcal/kg$, la vitesse en sortie est $C_2 = 100m/s$.

Calculer le travail indiqué et la puissance développée pour un débit massique $q_m = 10kg/s$ si la transformation est adiabatique.

5.6 Roue de pompe centrifuge

On étudie une roue de pompe centrifuge identique à celle représentée page 21. Le fluide introduit est de l'eau dont on néglige la viscosité. On donne les paramètres suivants :

$C_1 = 4\ m/s$, $\alpha_1 = 90°$, $D_1 = 0,2\ m$

$\beta_2 = 150°$, $D_2 = 0,4\ m$

$b_2 = 0,5\ b_1$

$N = 1500\ tr/mn$

1) Tracer les diagrammes des vitesses à l'entrée et la sortie de la roue ?

2) Calculer le travail indiqué et l'accroissement de pression dans la roue ?

5.7 Roue de pompe axiale

On étudie une hélice de pompe axiale. Le fluide introduit est de l'eau dont on néglige la viscosité. On donne les paramètres suivants :

$C_1 = 4\ m/s$, $\alpha_1 = 90°$, $\alpha_2 = 30°$

$r = 0,4\ m$

$N = 300\ tr/mn$

1) Tracer les diagrammes des vitesses à l'entrée et la sortie de l'hélice ?

2) Calculer le travail indiqué et l'accroissement de pression dans l'hélice ?

5.8 Variations de pression dans une roue de pompe centrifuge

dans le canal mobile d'une roue centrifuge, on a :

$C_1 = 3,5\ m/s,\ \alpha_1 = 90°,\ D_1 = 0,24\ m$

$\beta_2 = 150°,\ D_2 = 0,44\ m$

$b_2 = 0,8\ b_1 = 3\ cm$

$N = 1500\ tr/mn$

1) Tracer les diagrammes des vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue ?

2) Quel est le débit de la pompe ?

3) Calculer le travail indiqué et la puissance dépensée si l'on pompe de l'eau et néglige les pertes ?

4) Quelle est la variation de pression donnée par la pompe ?

5.9 Similitudes sur une roue centrifuge

Une pompe centrifuge débite $1500\ l/min$ sous une hauteur nette de $25m$ (on néglige les pertes mécaniques). On donne :

$D_2 = 0,2\ m,\ \ \eta = 0,8$

$\pi D_2 b_2 = 0,2 D_2^2,\ \ \alpha_1 = 90°,\ \beta_2 = 150°$

1) Calculer la vitesse de rotation de la pompe ?

2) Quel est le débit et la hauteur nette d'une pompe géométriquement semblable tournant à $2000 tr/min$ et de diamètre $D'_2 = 0,15m$?

5.10 Similitudes au même point de fonctionnement

On dispose d'une pompe centrifuge géométriquement semblable à celle étudiée à l'exercice 5.6. Sa roue a un diamètre $D'_2 = 0,6m$. On désire travailler au même rendement qu'au point de fonctionnement étudié pour la première pompe et obtenir le même débit.

Quel est le travail indiqué que l'on obtiendra ?

Quelle est la vitesse de rotation à donner à cette seconde pompe ?

5.11 Pompe géométriquement semblable

Une pompe centrifuge débite $100 l/s$. Le diamètre extérieur de la roue est $D_2 = 250mm$. Elle tourne à $N = 1500tr/mn$ et est telle que $\alpha_1 = 90°$.

Une pompe géométriquement semblable a en fonctionnement semblable une hauteur nette $H'_n = 6m$, elle est telle que $Cgir'_2 = 0,5Ce'_2$ et le diamètre de la roue est $D'_2 = 150mm$. Le rendement global est de $0,8$. On néglige les pertes mécaniques.

1) Déterminer la hauteur nette de la première pompe ?

2) Déterminer la vitesse de rotation et le débit de la deuxième pompe ?

5.12 Réseau de pompage

Un réseau de pompage est alimenté par une pompe centrifuge P_1 assurant un débit $q_v = 0,25m^3/s$ et une hauteur nette de fluide $H_n = 15m$. La charge nette requise par la pompe est $NPSH_{requis} = 4m$. Les conduites utilisées sont de section circulaire et ont un rayon $r = 10cm$. La disposition de la pompe sur le réseau de pompage est présentée sur la figure 5.1. Les pertes de charge sont de la forme $\varphi = \lambda \frac{H_a C^2}{2Dg}$ avec $\lambda = 0.02$.

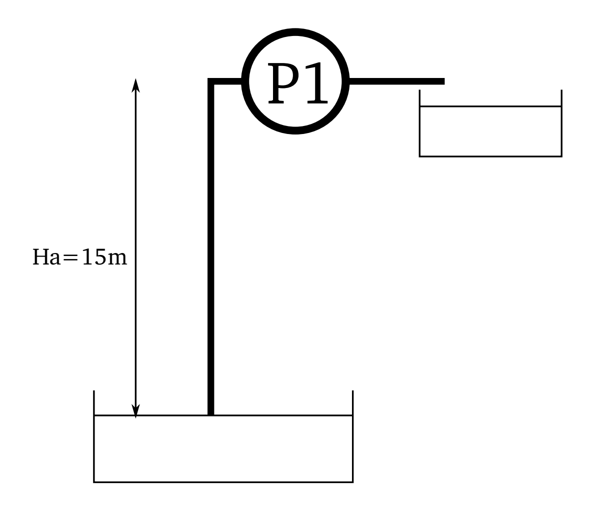


Photo 5.1 – Représentation du réseau

1. Démontrer que si elle est alimentée par de l'au à $15°C$ pour laquelle $P_{sv} = 0.018bar$ la pompe cavitera.
2. Pour éviter la cavitation, on place sur la conduite d'aspiration une deuxième pompe P_2 identique à la première et en fonctionnement identique comme indiqué sur la figure 5.2. A quelle distance maximale du liquide doit-on la placer et pourquoi ?
3. On choisit de placer cette deuxième pompe à $4,5m$ de la surface libre du réservoir amont. Monter que le problème de cavitation est résolu sur les 2 pompes. On prendra pour hypothèse l'égalité des vitesses absolues en entrée et en sortie de la première pompe sur le réseau.

5.13 Pompe à eau centrifuge

Un moteur électrique d'une puissance de $13kW$ fait tourner une pompe centrifuge à $1500tr/min$. Les caractéristiques dimensionnelles de la roue sont respectivement pour l'entrée et la sortie, des diamètres $D_1 = 100mm$, $D_2 = 170mm$ et des largeurs de passage $b_1 = 20mm$ et $b_2 = 10mm$. On note également $\alpha_2 = 30°$ et $\beta_1 = 160°$.

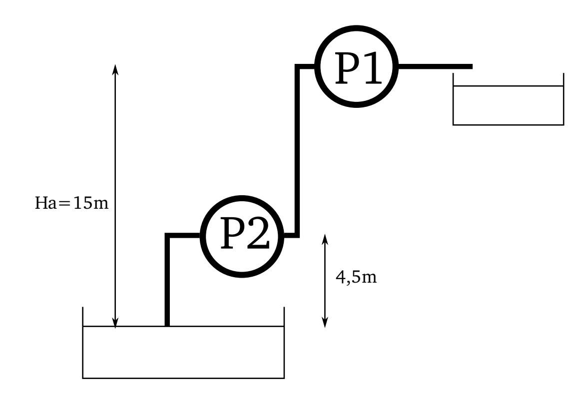


Photo 5.2 – Représentation du réseau modifié

1. Tracer les diagrammes de vitesses à l'entrée et la sortie de la roue et calculer les valeurs des angles nécessaires à la définition du système.
2. Calculer le débit et le travail indiqué de la pompe.
3. Les pertes fluides dans la pompe étant de 20%, déterminer le rendement global de la machine. Déterminer alors la puissance nécessaire à l'entraînement de la pompe centrifuge ainsi que la hauteur de fluide dans ces conditions de fonctionnement.
4. On souhaite obtenir une hauteur de fluide $H_n' = 6m$ en gardant le même débit que celui déterminé à la question 2. Pour cela, on envisage la réalisation d'une pompe géométriquement semblable à celle étudiée jusque là et fonctionnant au même rendement.
   (a) Quelle vitesse de rotation N' doit atteindre cette nouvelle pompe dans cette nouvelle configuration.
   (b) Quel est le nouveau diamètre de sortie de la roue.
   (c) Quelle est alors la puissance P' dépensée sur l'arbre (pertes mécaniques négligées).

Bibliographie

[1] A. Peyrat-Armandy. *Les avions de transport modernes et futurs.* Teknea, 1997.

[2] G. Porte. *Turbines à gaz vol 1.* Ecole Nationale Supérieure de Techniques avancées, 1989.

[3] G. Porte. *Turbines à gaz vol 2.* Ecole Nationale Supérieure de Techniques avancées, 1989.